ДИНАМИКА МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ НИЗКОИНЕРЦИОННОГО РОТОРА МАЛОРАСХОДНОГО ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА С ГИДРОСТАТИЧЕСКИМИ ПОДШИПНИКАМИ

Е.В. Захарова А.А. Протопопов

proforg6@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация	Ключевые слова
Для нахождения установившейся угловой скорости вращения ротора изучена динамика колебаний рото- ра малорасходного центробежного консольного насоса с гидростатическими подшипниками и полуоткры- тыми колесами. Из уравнений моментов, действую- щих на вал насоса, получена формула зависимости угловой скорости вращения ротора от времени. Гра- фически определена установившаяся угловая ско- рость вращения при заданных значениях параметров. Получена функциональная зависимость установив-	Низкоинерционный ротор, гидро- статический подшипник, мате- матическая модель, установив- шаяся угловая скорость вращения ротора, конструктивные пара- метры насоса
шейся угловой скорости от конструктивных пара-	Поступила в редакцию 07.04.2017
метров насоса	© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Малорасходные центробежные насосы нашли свое применение во многих отраслях промышленности, поэтому существует достаточно много источников литературы [1–4], в которых подробно описаны расчеты различных параметров этих насосов. Однако вопросы, связанные с нахождением установившейся угловой скоростью ротора насоса, освещены недостаточно.

При расчете параметров центробежных насосов с гидростатическими подшипниками одной из наиболее сложных является проблема нахождения установившейся угловой скорости вращения ротора, так как от нее зависят почти все конструктивные параметры насоса. Настоящая работа посвящена исследованию динамики низкоинерционного ротора малорасходного центробежного консольного насоса с гидростатическими подшипниками при малых колебаниях. На рис. 1 изображены устройство и основные детали такого насоса.

Рассмотрим крутящие моменты, действующие на вал насоса (рис. 2).

Следует отметить, что такой параметр, как сила сухого трения не учитывался, так как между валом и подшипником всегда есть тонкий слой масляной пленки толщиной δ_0 .

Составим уравнение моментов относительно оси вала:

$$J\frac{d\omega}{dt} = M_{\rm g}(t) - 2M_{\rm pk}(t) - 2M_{\rm BT}(t), \qquad (1)$$

где *J* — момент инерции ротора относительно его оси; ω — угловая скорость вращения вала насоса; *t* — время с момента пуска насоса.



Рис. 1. Устройство и основные детали малорасходного центробежного консольного насоса с гидростатическими подшипниками:

- 1 рабочее колесо насоса; 2 гидростатические подшипники; 3 статор; 4 ротор;
 - 5 входной патрубок; 6 выходной патрубок; 7 каналы питания подшипников



Рис. 2. Крутящие моменты, действующие на вал:

 $M_{\rm pk}$ — момент от рабочего колеса; $M_{\rm bt}$ — момент вязкого трения; $M_{\rm g}$ — момент от двигателя

Момент, создаваемый двигателем, находим по формуле:

$$M_{\mu}(t) = K - K_{1}\omega(t), \qquad (2)$$

где *K* и *K*₁ — коэффициенты, определяемые конструкцией данного конкретного электродвигателя.

Затем найдем момент на рабочем колесе:

$$M_{\rm pk} = M_{\rm II} + M_{\rm JT} \,, \tag{3}$$

здесь $M_{\text{ц}}$ — центробежный момент; $M_{\text{дт}}$ — момент дискового трения.

Центробежный момент вычислим согласно [1]:

$$M_{\rm II} = \rho Q R_2 C_{2u} \,, \tag{4}$$

где ρ — плотность жидкости; Q — расход рабочей жидкости; R₂— наружный радиус рабочего колеса; C_{2u} — проекция абсолютной скорости рабочей жидкости на направление окружной скорости рабочего колеса.

Поскольку задвижка закрыта, то Q = 0, следовательно, $M_{\mu} = 0$. Далее вычислим момент дискового трения [2]:

$$M_{\rm gr}(t) = \frac{\omega(t)\pi\mu R_2^4}{a},\tag{5}$$

где *a* — осевой зазор между рабочим колесом и корпусом насосом; μ — динамическая вязкость рабочей жидкости.

Теперь рассчитаем момент рабочего колеса:

$$M_{\rm pk}(t) = \frac{\omega(t)\pi\mu R_2^4}{a},\tag{6}$$

Момент вязкого трения найдем с помощью [3]:

$$M_{\rm BT}(y) = l0,25d^{3}\mu\omega\int_{0}^{\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{\delta^{2}\sin^{2}\phi + (y + \delta(\cos\phi - 1))^{2}}},$$
(7)

здесь l — длина кармана подшипника; d — диаметр вала насоса; φ — текущая угловая координата в полярных координатах, связанных с центром ротора; y — размер нижнего зазора между ротором и внутренним кольцом подшипника (при малых колебаниях принимаем $y = \delta_0, \delta_0$ — толщина жидкостной пленки до начала пуска); δ — средний зазор между подшипником и валом.

Подставляем эти величины в уравнение (1) и получаем линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка, решением которого является решение задачи Коши при известном начальном условии:

$$\omega' + \frac{B}{A}\omega = \frac{K}{A},\tag{8}$$

где A = J; $B = K_1 + \frac{\pi \mu R_2^4}{a} + 3,356510^4 ld^3 \mu$, при $\delta = 10^{-4}$, $\delta_0 = 10^{-6}$.

Линейному неоднородному дифференциальному уравнению соответствует линейное однородное дифференциальное уравнение:

$$\omega' + \frac{B}{A}\omega = 0. \tag{9}$$

Общее решение уравнения (9) имеет вид:

$$\omega(t) = C e^{-\frac{B}{A}t}.$$

Для нахождения общего решения неоднородного уравнения используем метод варьирования постоянной, то есть считаем *C* функцией *t*, получаем

$$\omega(t) = \frac{K}{B} + C_1 e^{-\frac{B}{A}t}.$$

Далее из начальных условий находим константу C₁. Таким образом, решение уравнения имеет вид:

$$\omega(t) = \frac{K}{B} \left(1 - e^{-\frac{B}{A}t} \right).$$

Предложенную методику проверим с помощью насоса, который имеет следующие параметры: K = 0.9 H·м; a = 0.001 мм; $\mu = 0.000276$ Па·с; $R_2 = 0.033$ мм; J = 0.0001 H·м·c²; $K_1 = 0.0015$ H·м·с; l = 0.02 мм; d = 0.01 мм. Получим график зависимости установившейся угловой скорости вала насоса от времени при заданных значениях параметров (рис. 3).



Рис. 3. Зависимость установившейся угловой скорости вала насоса от времени при заданных значениях параметров

Из рисунка видно, что установившаяся угловая скорость вращения вала насоса $\omega(t) = 599,515 \frac{\text{рад}}{c}$.

Таким образом, предложенная методика позволяет находить зависимость угловой скорости от времени, предсказывать установившуюся частоту вращения ротора при малых колебаниях ротора во внутреннем кольце подшипника, а также может быть использована при прогнозировании рабочих характеристик малорасходного центробежного насоса.

Работа выполнена при частичной поддержке грантами РФФИ 16-01-00521, РНФ 16-19-10705.

Литература

1. Ломакин А.А. Центробежные и осевые насосы. М.: Машиностроение, 1966. 364 с.

2. Михайлов А.К., Малющенко В.В. Лопастные насосы. Теория, расчет и конструирование. М.: Машиностроение, 1977. 288 с.

3. Боровин Г. К., Петров А.И., Протополов А.А., Исаев Н.Ю. Динамика роторов малорасходных центробежных насосов с гидростатическими подшипниками и приводом от электродвигателей постоянного тока // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. № 142. 24 с. URL: http://www.keldysh.ru/papers/2016/prep2016_142.pdf DOI:10.20948/prepr-2016-142 4. Опыт разработки стенда для испытаний крупных центробежных насосов / А.И. Пет-

4. Опыт разработки стенда для испытании крупных центробежных насосов / А.И. Петров, Н.Д. Мартынов, П.А. Покровский, В.И. Пащенко, П.Ю. Устюжанин, П.В. Королев, А.В. Артемов // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2010. № 11. С. 1–6. URL: http://technomag.bmstu.ru/doc/163848.html

Захарова Елена Валерьевна — студентка кафедры «Гидромеханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Протопопов Александр Андреевич — ассистент кафедры «Гидромеханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — В.О. Ломакин, канд. техн. наук, доцент кафедры «Гидромеханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

DYNAMICS OF SMALL OSCILLATIONS IN A LOW-INERTIA ROTOR OF A LOW-DISCHARGE CENTRIFUGAL PUMP WITH HYDROSTATIC BEARINGS

E.V. Zakharova A.A. Protopopov

proforg6@yandex.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract	Keywords
We studied oscillation dynamics for a low-inertia rotor of a low-discharge centrifugal pump with hydrostatic bear- ings and semi-open impellers so as to find the steady-state rotor angular velocity. We derived an equation for rotor angular velocity as a function of time from the equations of torques affecting the pump shaft. The steady-state angular velocity for preset parameter values was deter-	Low-inertia rotor, hydrostatic bear- ings, mathematical model, steady- state rotor angular velocity, pump specifications
mined graphically. We also derived the steady-state	© Bauman Moscow State Technical
angular velocity as a function of pump specifications	University, 2017

References

- [1] Lomakin A.A. Tsentrobezhnye i osevye nasosy [Impeller and propeller pumps]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1966. 364 p. (in Russ.)
- [2] Mikhaylov A.K., Malyushchenko V.V. Lopastnye nasosy. Teoriya, raschet i konstruirovanie [Semirotary pumps: theory, calculation and engineering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 288 p. (in Russ.)
- [3] Borovin G. K., Petrov A.I., Protopopov A.A., Isaev N.Yu. The dynamics of the rotor of the low mass centrifugal pumps with the hydrostatic bearings and the driven by the DC motors. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha* [KIAM Preprint], 2016, no. 142, 24 p. URL: http://www.keldysh.ru/papers/2016/prep2016_142.pdf (in Russ.) DOI:10.20948/prepr-2016-142
- [4] Petrov A.I., Martynov N.D., Pokrovskiy P.A., Pashchenko V.I., Ustyuzhanin P.Yu., Korolev P.V., Artemov A.V. The experience of designing test bench for testing large centrifugal pumps. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education: Scientific Publication of BMSTU], 2010, no. 11, pp. 1–6. URL: http://technomag.bmstu.ru/doc/163848.html (in Russ.)

Zakharova E.V. — student, Department of Fluid Mechanics, Hydraulic Machines and Hydraulic and Pneumatic Automation, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Protopopov A.A. — Assist. Lecturer, Department of Fluid Mechanics, Hydraulic Machines and Hydraulic and Pneumatic Automation, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — V.O. Lomakin, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Fluid Mechanics, Hydraulic Machines and Hydraulic and Pneumatic Automation, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.