

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ПРИВОДА НА ОСНОВЕ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА

П.В. Рубцов

petya.rubtsoff@yandex.ru

SPIN-код 9823-2272

А.И. Герасимов

sachagera00@gmail.com

И.О. Осинцов

osinzowigor@gmail.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Представлена конструкция привода гидравлического распределителя на основе пропорционального электромагнита, описаны физические процессы, протекающие в предлагаемой конструкции. Разработана математическая модель привода на основе пропорционального электромагнита. Сформулированы проблемы наличия электромагнитного гистерезиса с точки зрения системы управления устройством. Предложен подход к описанию электромагнитного гистерезиса в общем случае. Составлена модель рассматриваемой системы в пакете MATLAB Simulink. Предложена методика, позволяющая нивелировать влияние электромагнитного гистерезиса на переходной процесс в системе, и обоснована возможность отказа от применения датчика положения. Смоделирована работа системы при различных входных сигналах. Сделаны выводы о текущей точности модели и рассмотрены варианты ее верификации.

### Ключевые слова

Гидравлика, гидропривод, пропорциональный электромагнит, система управления, электромагнитный гистерезис, пропорциональное управление, магнитный привод, Simulink

Поступила в редакцию 25.04.2023

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023

---

**Введение.** В современных электрогидравлических приводах мобильной техники и авиации часто используются пропорциональные элементы управления. Описание подобных устройств является непростой задачей, особенно с учетом явлений, описываемых нелинейными функциями. Для управления гидравлическими распределителями часто применяют пропорциональные электромагниты. Но для таких конструкций требуется парное исполнение — установка двух электромагнитов для обеспечения реверсивности движения за счет того, что один пропорциональный электромагнит способен двигаться лишь в одну сторону в силу протекающих в системе физических процессов [1]. Для облегчения конструкции пропорционального распределителя, а также для снижения расхода материалов для его изготовления предложено использовать

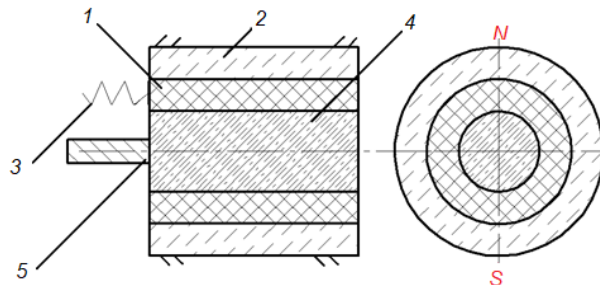
привод на основе пропорционального электромагнита — такая конструкция способна обеспечить реверсивность движения без парного исполнения [2, 3]. Это достигается в результате использования не только катушки с сердечником, но и постоянного магнита в конструкции.

Проблема данного устройства заключается в его описании — для разработки новой конструкции, которая сильно отличается от аналогов, необходимо переосмыслить физические процессы, протекающие в системе. Также для проверки работоспособности предлагаемого алгоритма требуется математическое описание электромагнитного гистерезиса. Предлагаемый алгоритм управления снизит влияние электромагнитного гистерезиса на переходной процесс, что позволит при определенных условиях отказаться от применения датчика положения в системе.

**Постановка задач.** Были поставлены следующие задачи:

- 1) подготовить математическое описание предлагаемой конструкции;
- 2) представить модель в пакете MATLAB Simulink;
- 3) разработать алгоритм управления системой с учетом намагниченности;
- 4) описать принцип управления без датчика положения;
- 5) провести моделирование системы;
- 6) оценить результаты моделирования.

**Описание конструкции.** Предлагаемая конструкция представлена на рис. 1.



**Рис. 1.** Конструкция привода:

- 1 — катушка; 2 — постоянный магнит; закрепленный в корпусе;  
3 — пружина; 4 — сердечник из магнитомягкого материала; 5 — шток

Данная конструкция напоминает линейный двигатель и работает благодаря тому, что катушка будет перемещаться под действием силы ампера, а следом за ней — сердечник, поскольку он будет стремиться втянуться в центр катушки. Данная конструкция обладает реверсивностью, имеет симметричную характеристику. Однако необходимо обеспечить возможность подвода питания на катушку с условием того, что катушка будет перемещаться [4].

С точки зрения протекающих в системе процессов можно описать работу конструкции так: предположим, что в начальный момент времени сердечник имеет нулевую остаточную намагниченность и, как следствие, находится в нуле-

вом положении. Управление будем осуществлять по току — ведь именно он будет определять положение золотника, поскольку деформация пружины будет пропорциональна силе, развиваемой приводом [5]. При подаче тока, протекающего через катушку, возникнет сила Ампера, приложенная к рамке с током, находящейся в постоянном магнитном поле. Под воздействием этой силы катушка будет перемещаться, демпфировать движение будет вязкое трение и противоЭДС. Сердечник, который усиливает магнитное поле, будет втягиваться следом в катушку [6], толкая собой золотник устройства, так как они жестко связаны. Сам сердечник подвешен на тарельчатых пружинах, что способствует снижению сухого трения и, как следствие, повышению качества работы устройства.

**Описание системы.** Основные процессы в системе можно описать несколькими уравнениями. Отдельными функциями является расчет зависимости напряженности поля от тока — здесь играет роль геометрия тела. Также отдельной функцией является зависимость магнитной индукции  $B$  от напряженности  $H$  — так называемая петля гистерезиса. Типичная петля гистерезиса является частным случаем изменения магнитной индукции при гармоническом входном сигнале. Описание поведения системы в общем случае будет являться крайне нестандартной задачей [7] и требует глубокого понимания физики твердого тела и магнетизма. Также отдельным вопросом является вопрос о сухом трении в системе, что особенно важно в случае малых перемещений.

Для описания основной системы делаем допущение, что сердечник двигается совместно с катушкой — другими словами, считаем, что сила втягивания сердечника в катушку всегда будет больше, чем сила сопротивления со стороны золотника. Это движение будет описываться аperiодическим звеном и в нем будет отсутствовать перерегулирование. Запаздывание можно будет определить натурным экспериментом, но значение запаздывания крайне мало, и, как следствие, на этапе модели им можно пренебречь.

Описание динамики системы приведено ниже:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x} = F_a - k_1 x - F_{\text{тр}}; \\ F_{\text{тр}} = f(v); \\ F_a = I^* B l; \\ I^* = \frac{U - F_{\text{эм}}}{Ls + R}; \\ F_{\text{эм}} = B v l; \\ U = \varepsilon K_u; \\ \varepsilon = I_3 - I^*; \\ B = f(H); \\ H = f(I^*); \\ I_3 = f(B_{\text{зап}}, I^*), \end{array} \right.$$

где  $m$  — масса подвижных элементов системы;  $x$  — координата перемещения;  $F_a$  — сила Ампера;  $k_1$  — жесткость пружины;  $F_{тр}$  — сила трения;  $v$  — скорость золотника;  $I$  — фактический ток;  $B$  — магнитная индукция,  $l$  — длина катушки;  $U$  — напряжение;  $F_{эм}$  — электромагнитная сила;  $L$  — индуктивность;  $s$  — оператор Лапласа;  $R$  — сопротивление катушки;  $\varepsilon$  — сигнал ошибки;  $K_u$  — коэффициент усиления;  $I_3$  — заданный ток;  $H$  — напряженность магнитного поля;  $B_{зап}$  — запасенная энергия магнитного поля.

Один из самых сложных моментов в описании электромагнита — описание эффекта гистерезиса [8]. Воспользоваться готовыми данными не получится, поскольку данные, полученные по петле гистерезиса, могут показать только максимальные параметры для системы. Физический процесс гистерезиса можно рассмотреть с точки зрения энергетики. Другими словами, можно представить, что электрическая энергия тока переходит в намагничивание сердечника [9]. Рассматривать данный процесс в рамках нашей модели будем следующий образом: пусть намагничивание имеет две составляющие — постоянную и переменную. Постоянная энергия является энергией остаточной намагниченности. Эта энергия никуда не денется, если прямо сейчас убрать ток из системы. Строго определить ее значение можно только в ходе эксперимента, так как при постепенном уменьшении тока она будет уменьшаться вместе с ним, скорость этого уменьшения определить аналитически крайне проблематично. Однако такие процессы можно аппроксимировать с приемлемой точностью. Переменная энергия напрямую зависит от тока и практически линейно связана с ней. При уменьшении тока она будет практически моментально уменьшаться вместе с ним. Для описания нашей модели важным моментом является нахождение соотношения запасенной и временной энергии на каждом участке, который определяется величиной намагниченности [10]. В данной работе предлагается разбить процесс на два участка, в каждом из которых будет заданное распределение энергий. Значения были получены с помощью данных о гистерезисных петлях для магнитомягких материалов, используемых для сердечников. Математическое описание магнитного поля приведено ниже:

$$B = E_{dyn} + E_{const};$$

$$\begin{cases} |H| \in [0; 0,8H_{max}]; \\ E_{dyn} = \mu\mu_0 H \cdot 0,9; \\ E_{const} = \mu\mu_0 H \cdot 0,1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} |H| \in [0,8H_{max}; H_{max}]; \\ E_{dyn} = \mu\mu_0 \cdot 0,8H_{max} \cdot 0,9 + \mu\mu_0 \ln(H - 0,8H_{max} + 1) \cdot 0,5; \\ E_{const} = \mu\mu_0 \cdot 0,8H_{max} \cdot 0,1 + \mu\mu_0 \ln(H - 0,8H_{max} + 1) \cdot 0,5; \end{cases}$$

где  $E_{dyn}$  — переменная составляющая магнитной индукции;  $E_{const}$  — постоянная составляющая магнитной индукции;  $H_{max}$  — максимальная напряженность, при

которой катушка входит в насыщение;  $\mu$  — магнитная проницаемость;  $\mu_0$  — магнитная постоянная,

Полученные функции были аппроксимированы математическими методами на основе имеющихся данных.

Описание трения в системе, работающей в зоне малых перемещений, является крайне сложной задачей. Поэтому эти явления могут быть учтены по результатам натурных испытаний и в дальнейшем внедрены в модель для улучшения алгоритмов управления.

**Модель системы.** На основе представленных выше уравнений была получена модель системы. Собранная в пакете MATLAB Simulink модель представлена на рис. 2.

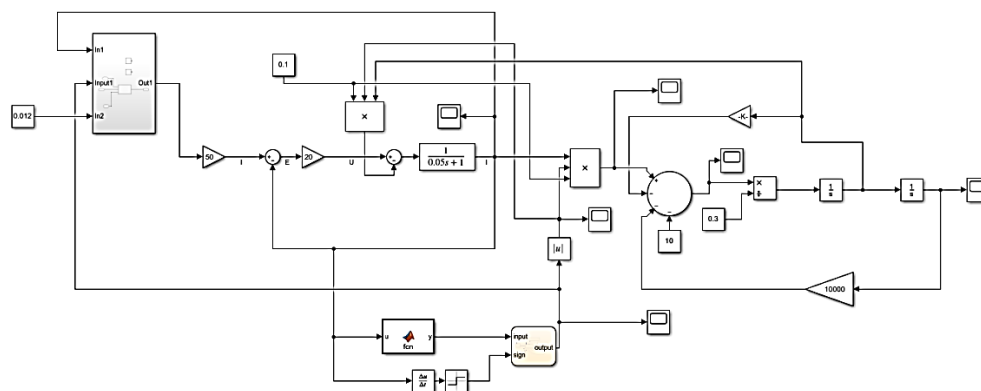


Рис. 2. Модель системы

Для описания эффекта памяти (другими словами, накопления энергии) была использована библиотека stateflow. Она позволяет реализовать любую логику расчета параметров и осуществлять запоминание значений. Трение в системе представлено лишь как функция, пропорциональная первой производной координаты: сложные модели трения пока не были учтены, расчет намагниченности представлен отдельной функцией.

**Снижение влияния гистерезиса.** Для снижения влияния гистерезиса предлагается использовать алгоритм корректировки значения управляющего сигнала с датчика положения [11]. Идея алгоритма заключается в использовании информации о текущей намагниченности магнита и напряженности поля. Также для функционирования алгоритма необходимо знать две характеристики магнита — зависимость силы от перемещения при заданных токах, а также зависимость  $B(H)$  для заданных токов. На основании этих данных будет можно построить алгоритм, минимизирующий воздействие гистерезиса на систему управления [12].

Логика алгоритма заключается в следующем: при необходимости выполнить переброску ходового элемента магнита в новое положение, система считывает значение с датчика магнитного поля, который показывает текущее значение  $B$ . После этого система считывает текущее значение напряженности поля. Из уравнения Максвелла можно найти текущую намагниченность, а по силовой характеристике магнита — определить требуемую намагниченность. В ходе обратного пересчета можно найти необходимое значение нового тока, который потребуется для перемещения управляемого органа в новое положение.

На основании составленного выше математического описания системы при учете отсутствия залипания и существенного сухого трения, имеется возможность отказаться от использования датчика положения в системе. Это может быть сделано на основании того факта, что гистерезисный эффект был нивелирован, а залипание может быть устранено гармонической линеаризацией, в то время как сухое трение снижено благодаря применению тарельчатых пружин. Таким образом, возможно базирование позиционного управления лишь на эффекте пропорциональности от использования пружин, поскольку управление будет идти по току.

Выразив из уравнений динамики системы желаемое положение и исключив все динамические компоненты с учетом того, что желаемое положение будет являться установившемся режимом, в котором уже прошли все переходные процессы, получим:

$$x = \frac{[K_u^2 I_3^2 K_H K_B \cdot 0,9 + B_{\text{зап}} K_u I_3 (R + K_u)] l}{K_1 (R + K_u)^2};$$

$$H = I^* K_H;$$

$$K_B = \mu \mu_0.$$

где  $K_H$  — коэффициент связи тока с напряженностью поля, определяемый геометрическими параметрами катушки;  $K_B$  — магнитный коэффициент

Желаемое положение зависит от переменных значений запасенной энергии и задающего тока, в то время как все остальные величины являются константами. Значение запасенной энергии известно исходя из показаний датчиков и известной информации о семействе петель гистерезиса для используемого магнита. Значение задающего тока рассчитывают на основании нового значения желаемого положения.

**Моделирование работы системы.** После реализации алгоритма в системе проведем моделирование на разных режимах работы устройства. Для простоты эксперимента проведем моделирование при ступенчатом воздействии, а также при гармоническом сигнале. Результаты моделирования приведены ниже (рис. 3, 4).

На рис. 3 можно увидеть отсутствие перерегулирования, однако также можно обнаружить статическую ошибку отработки сигнала. Значение этой ошибки можно нивелировать увеличением точности параметров системы и алгоритма. На рис. 4

можно заметить все то же наличие статической ошибки системы, а также некий скачок в начальный момент времени и повторяющийся с некоторой периодичностью. Этот скачок вызван наклоном гистерезисной кривой.

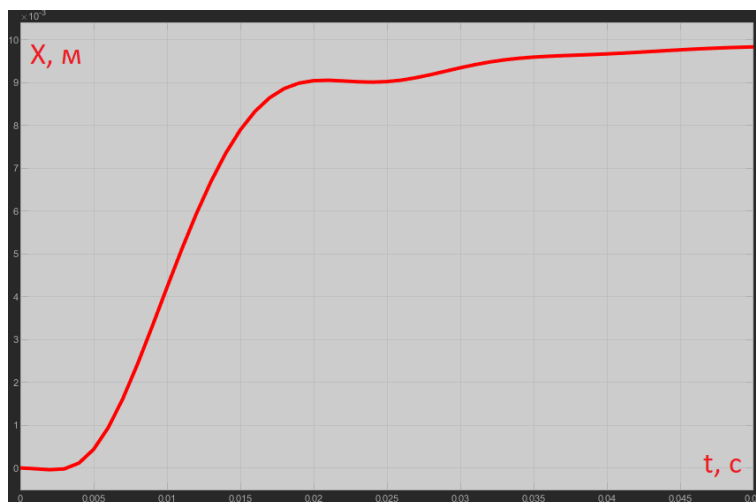


Рис. 3. График отработки ступенчатого воздействия



Рис. 4. График отработки гармонического сигнала

Исходя из значений на графиках, можно сделать вывод, что ошибка позиционирования составляет порядка 2...3 %. Это значение может быть уменьшено за счет увеличения точности алгоритма и описания гистерезисных эффектов. Сама система и предлагаемый алгоритм показывают свою работоспособность при заданных условиях.

**Заключение.** На данном этапе работы была получена математическая модель устройства с достаточной степенью углубления. Данная модель показала

работоспособность самой конструкции и предлагаемого алгоритма управления, а также возможность ухода от датчика положения в системе при определенных условиях. Для верификации предложенной модели описания электромагнитного гистерезиса и алгоритма необходимо провести натурный эксперимент на предлагаемой конструкции. Для уточненного описания трения системы необходимо провести ряд экспериментов на малых перемещениях.

### Литература

- [1] Котеленец Н.Ф., Акимова Н.А., Антонов М.В. *Испытания, эксплуатация и ремонт электрических машин*. Москва, Академия, 2003, 390 с.
- [2] Иванов Г.М., Свешников В.К., Орлик И.В. Цифровая электрогидравлическая автоматика нового поколения. *Гидравлика и пневматика*, 2006, № 21, с. 3–8.
- [3] Абдурасулов Б.Б. Применение гидропривода в машинах и оборудовании для добычи нефти и газа. *Modern Science*, 2020, № 8, с. 318–321.
- [4] Сливинская А.Г. *Электромагниты и постоянные магниты*. Москва, Энергия, 1972, 248 с.
- [5] Козлов Н.П., Крассов И.М. *Электромагнитные пропорциональные управляющие элементы*. Москва, Ленинград, Энергия, 1966, 112 с.
- [6] Наземцев А.С. *Гидравлические и пневматические системы. Ч. 2. Гидравлические приводы и системы*. Москва, Форум, 2007, 304 с.
- [7] Маслов Ю.Н., Крохин В.В., Хмарук О.Н. *Аппроксимация предельных петель гистерезиса магнитомягких материалов трансцендентными функциями*. Львов, Теоретическая электротехника, 1985, с. 75–78.
- [8] Ковалев А.В., Карпов В.А., Литвинов Д.А. и др. Анализ влияния гистерезиса пропорционального электромагнита на погрешность пескосолераспределения комбинированной дорожной машины в автоматическом режиме. *Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого*, 2015, № 1, с. 58–64.
- [9] Матюк В.Ф., Осипов А.А. Математические модели кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса. Часть I. Анализ. *Неразрушающий контроль и диагностика*, 2011, № 2, с. 3–35.
- [10] Ковалев О.Ф. *Комбинированные методы моделирования магнитных полей в электромагнитных устройствах*. Ростов-на-Дону, СКНЦ ВШ, 2001, 220 с.
- [11] Соловьев В.А., Васильченко С.А., Гнедин П.А. Улучшение динамических характеристик контура тока электропривода путем нелинейной силовой коррекции. *Современные технологии в области энергоснабжения и автоматизации автономных объектов. Сб. док. науч.-практ. конф.* Санкт-Петербург, ВИСУ, 2006, с. 33–43.
- [12] Рубцов П.В., Новак А.В. Проблемы управления пропорциональными магнитами. *Политехнический молодежный журнал*, 2022, № 10 (75).  
<http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2022-10-834>



**Рубцов Петр Васильевич** — студент магистратуры кафедры «Робототехнические системы и мехатроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Герасимов Александр Игоревич** — студент магистратуры кафедры «Робототехнические системы и мехатроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Осинцов Игорь Олегович** — студент магистратуры кафедры «Робототехнические системы и мехатроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Калинин Алексей Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Робототехнические системы и мехатроника», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:**

Рубцов П.В., Герасимов А.И., Осинцов И.О. Математическая модель магнитного привода на основе пропорционального электромагнита. *Политехнический молодежный журнал*, 2023, № 09 (86). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-9-940>

## MAGNETIC DRIVE MATHEMATICAL MODEL BASED ON THE PROPORTIONAL ELECTROMAGNET

P.V. Rubtsov

pertya.rubtsoff@yandex.ru

SPIN-code 9823-2272

A.I. Gerasimov

sachagera00@gmail.com

I.O. Osintsov

osinzowigor@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

### Abstract

*The paper presents the process of modernizing a five-axis CNC milling machine using the design approach, i.e. through development of the style and layout solutions. Several options were developed for the machine layout at the conceptual search stage, and stylistic areas were identified, they were demonstrated using the original author's illustrations obtained as part of the project work. Besides, the paper presents a 3D visualization of the machine final design concept and the layout photo. The work process involved a wide range of design methods and tools, including sketching, 3D simulation and prototyping. Conclusions were drawn about the need to involve industrial designers in development of the competitive domestic equipment.*

### Keywords

*Design, industrial design, engineering design, 3D simulation, machine tool industry, milling machine, design thinking, ergonomics*

Received 25.04.2023

© Bauman Moscow State Technical University, 2023

---

### References

- [1] Kotelenets N.F., Akimova N.A., Antonov M.V. *Ispytaniya, ekspluatatsiya i remont elektricheskikh mashin* [Testing, operation and repair of electrical machines]. Moscow, Akademiya Publ., 2003, 390 p. (In Russ.).
- [2] Ivanov G.M., Sveshnikov V.K., Orlik I.V. Digital electrohydraulic automatics of new generation. *Gidravlika i pnevmatika*, 2006, no. 21, pp. 3–8 (In Russ.).
- [3] Abdurasulov B.B. Using hydraulic drive in machines and equipment for oil and gas production. *Modern Science*, 2020, no. 8-1, pp. 318–321 (In Russ.).
- [4] Slivinskaya A.G. *Elektromagnitny i postoyannye magnitny* [Electromagnets and permanent magnets]. Moscow, Energiya Publ., 1972, 248 p. (In Russ.).
- [5] Kozlov N.P., Krassov I.M. *Elektromagnitnye proporsional'nye upravlyayushchie elementy* [Electromagnetic proportional control elements]. Moscow, Leningrad, Energiya Publ., 1966, 112 p. (In Russ.).
- [6] Nazemtsev A.S. *Gidravlicheskie i pnevmaticheskie sistemy. Ch. 2. Gidravlicheskie privody i sistemy* [Hydraulic and pneumatic systems. Part 2. Hydraulic drives and systems]. Moscow, Forum Publ., 2007, 304 p. (In Russ.).

- [7] Maslov Yu.N., Krokhin V.V., Khmaruk O.N. *Approksimatsiya predel'nykh petel' gisteresisa magnitomyagkikh materialov trantsedentnymi funktsiyami* [Approximation of limiting hysteresis loops of soft magnetic materials by transcendental functions]. Lvov, Teoreticheskaya elektrotehnika Publ., 1985, pp. 75–78. (In Russ.).
- [8] Kovalev A.V., Karpov V.A., Litvinov D.A. et al. Analysing effect of hysteresis of the proportional electromagnet on the error of sand and grit distribution of combined road machine in automatic mode. *Vestnik GGTU im. P.O. Sukhogo*, 2015, no. 1, pp. 58–64 (In Russ.).
- [9] Matyuk V.F., Osipov A.A. Mathematic models of magnetic curve and magnetic hysteresis loop. Part I. Analysis. *Nerazrushayushchiy kontrol i diagnostika*, 2011, no. 2, pp. 3–35 (In Russ.).
- [10] Kovalev O.F. *Kombinirovannye metody modelirovaniya magnetnykh poley v elektromagnitnykh ustroystvakh* [Combined method for modeling of magnet fields in electromagnetic devices]. Rostov-on-Don, SKNTs VSh Publ., 2001, 220 p. (In Russ.).
- [11] Solovyev V.A., Vasilchenko S.A., Gnedin P.A. Uluchshenie dinamicheskikh kharakteristik kontura toka elektroprivoda putem nelineynoy silovoy korrektsii [Improving dynamic characteristics of the electric drive current loop by non-linear power correction]. *Sovremennye tekhnologii v oblasti energosnabzheniya i avtomatizatsii avtonomnykh obektov. Sb. dok. nauch.-prakt. konf.* [Modern technologies in Power Supply ad Automation of Autonomous Objects. Proc. Sci.-Pract. Conf.]. Sankt-Petersburg, VISU Publ., 2006, pp. 33–43 (In Russ.).
- [12] Rubtsov P.V., Novak A.B. Problems of proportional magnet control. *Politekhnicheskii molodezhnyy zhurnal*, 2022, no. 10 (75). (In Russ.).  
<http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2022-10-834>

**Rubtsov P.V.** — Master's Program Student, Department of Robotic Systems and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Gerasimov A.I.** — Master's Program Student, Department of Robotic Systems and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Osintsov I.O.** — Master's Program Student, Department of Robotic Systems and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific adviser** — Kalinin A.V., Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Department of Robotic Systems and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Please cite this article in English as:**

Rubtsov P.V., Gerasimov A.I., Osintsov I.O. Magnetic drive mathematical model based on the proportional electromagnet. *Politekhnicheskii molodezhnyy zhurnal*, 2023, no. 09 (86). (In Russ.). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-9-940>