

АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПОДХОДОВ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НЕСВЯЗАННОГО ГРУНТА И МОДЕЛИРОВАНИЮ ДИНАМИКИ ЕГО ЧАСТИЦ

Р.Р. Пашковский

Roma115577@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Представлены возможные способы испытаний несвязанного грунта для определения его физико-механических параметров, которые совместно с типом колесного движителя определяют проходимость колесной машины, а также тягово-сцепные и тягово-энергетические характеристики. Для описания взаимодействия движителя с опорным основанием целесообразно применять методы математического моделирования. Использование метода дискретных элементов позволяет описать взаимодействие частиц грунта. Верифицированную математическую модель грунта можно применять для дальнейших исследований при описании взаимодействия движителя транспортного средства с грунтом на этапе проведения научно-исследовательских работ. Выполнено сравнение существующих математических моделей взаимодействия отдельных частиц.

Ключевые слова

Проходимость колесной машины, несвязанный грунт, угол естественного откоса, угол внутреннего трения, связность, модель Герца — Миндлина, адгезия, трение качения, метод дискретных элементов, сдвиг грунта, касательные напряжения

Поступила в редакцию 23.12.2022

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022

Введение. В настоящее время на этапе проведения научно-исследовательской работы (НИР) при разработке автомобиля высокой проходимости необходимо прогнозировать его подвижность при движении по неподготовленным грунтам и дорожным покрытиям в плохом состоянии. Эффективность выполнения транспортным средством поставленных задач зависит от комплексного свойства подвижности. Подвижность определяет способность движения по заданному маршруту за конечное время без средств поддержания движения.

Проходимость — это эксплуатационное свойство колесной машины (КМ), определяющее возможность движения в ухудшенных дорожных условиях и по бездорожью, а также преодоления различных препятствий [1, 2]. В общем случае проходимость наземных транспортных средств подразделяют на три вида: профильную, опорную и бродопродимость. Опорная проходимость зависит не только от типа колесного движителя, но и от физико-механических свойств грунта. Параметры, характеризующие свойства грунта, такие как угол есте-

ственного откоса, угол внутреннего трения, связность и другие, позволяют достаточно точно описать его поведение.

На сегодняшний день актуален вопрос сохранения подвижности транспортных средств при движении по грунтовым основаниям с малой несущей способностью, для оценки которой используются натурные испытания с использованием КМ. Однако на этапе НИР прототип отсутствует и проходимость сложно спрогнозировать. Тем не менее, благодаря развитию вычислительной техники появилась возможность оценивать опорную проходимость автомобиля без проведения натурных испытаний. Для этого необходимо разработать математическую модель опорного основания, используя результаты испытаний по определению физико-механических свойств. Эти испытания не требуют наличия реальной КМ. Метод дискретных элементов, реализованный в программном комплексе EDEM, позволяет получить верифицированную математическую модель грунта для исследования проходимости.

Испытания несвязанного грунта. Для верификации математической модели грунта существует множество различных испытаний. Рассмотрим наиболее распространенные варианты испытаний для определения физико-механических свойств [3–5].

Определение угла естественного откоса. Угол естественного откоса — угол, образованный свободной поверхностью несвязанного грунта с горизонтальной плоскостью. Его трудно измерить с высокой точностью, поэтому обычно его используют при предварительном определении физико-механических свойств.

Штамповые испытания. Требования к методу испытаний штампом для определения характеристики нагрузка-осадка в случае несвязанных грунтов при их исследованиях установлены в ГОСТ 20276.1–2020. Штамповые испытания бывают двух видов: с использованием круглого плоского штампа и винтового (рис. 1). Штампы должны быть жесткими. Тип и площадь штампа назначают в зависимости от вида испытуемого грунта.



Рис. 1. Штамповые испытания:
a — плоским штампом; *б* — винтовым штампом

В состав установки для испытания грунта штампом должны входить штамп; устройство для создания и измерения нагрузки на штамп; анкерное устройство (для установок без грузовой платформы); устройство для измерения осадок штампа (прогибомеры, датчики перемещений). Конструкция установки должна обеспечивать возможность нагружения штампа ступенями давления по 0,01...0,10 МПа; центрированную передачу нагрузки на штамп; постоянство давления на каждой ступени нагружения.

Испытания на сдвиг (срез). Требования к методу лабораторного определения сопротивления срезу при исследовании несвязанных грунтов установлены в ГОСТ 12248.1–2020. При движении автомобиля на грунт действует произвольно направленная нагрузка. Отклонение вектора нагрузки от нормали к поверхности грунта приводит к снижению несущей способности грунта. В связи с этим проводят испытания грунта на сдвиг. На рис. 2 показан пример, где T и G — соответственно сдвиговая и нормальная силы; τ — напряжения сдвига в грунте; j — сдвиг штампа в направлении оси x . Когда напряжения сдвига достигнут максимума, произойдет срез грунта, и сопротивление сдвига будет обусловлено только трением частиц [6]. Максимальные напряжения сдвига определяются по формуле

$$\tau_{\max} = p \operatorname{tg} \varphi_0 + c_0,$$

где p — нормальное давление на грунт; φ_0 — угол внутреннего трения; c_0 — связность.

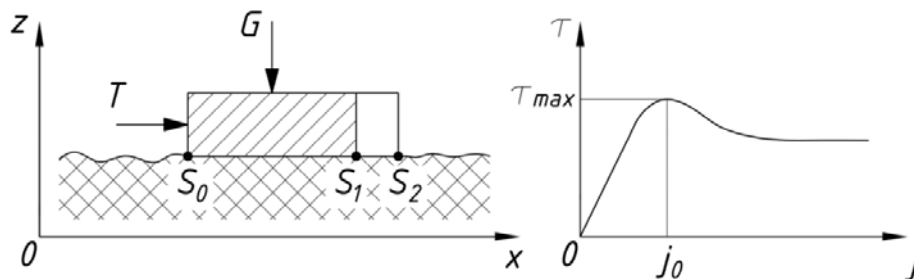


Рис. 2. Схема сдвига штампа по грунту

Испытания на установке трехосного сжатия. Другим испытанием грунта является лабораторный метод с использованием установки трехосного сжатия (рис. 3). Требования установлены в ГОСТ 12248.3–2020.

В результате испытаний определяют угол внутреннего трения и связность, как и при испытаниях на сдвиг. Испытания цилиндрических образцов грунта проводится в условиях осесимметричной деформации. Боковое давление, поддерживается постоянным, а вертикальное давление σ_1 увеличивается ступенями $\Delta\sigma_1$. При определенной разности (девиаторе) напряжений ($\sigma_1 - \sigma_2$) наступает разрушение образца по наклонной плоскости.

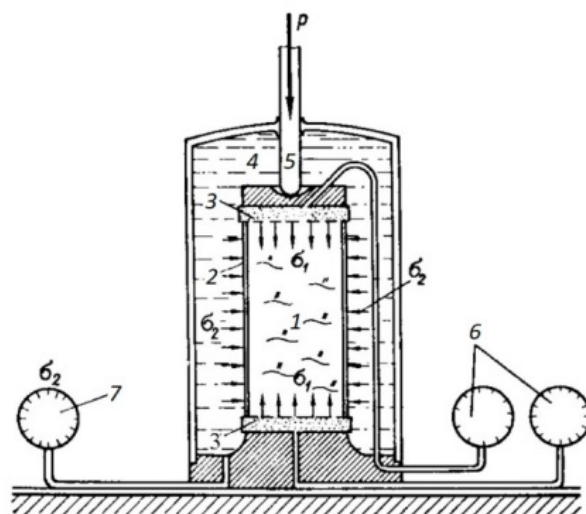


Рис. 3. Установка трехосного сжатия:

1 — образец грунта; 2 — эластичная оболочка; 3 — пористые штампы; 4 — камера; 5 — поршень; 6 — манометры для измерения порового давления; 7 — манометр для измерения бокового давления

Недостатки данного метода заключаются в стоимости лабораторной установки и длительном времени проведения испытаний (до 2 недель). В приборе трехосного сжатия положение плоскости разрушения не зависит от условий нагружения, в отличие от испытания на сдвиг, что является преимуществом данного метода.

Испытания на сдвиг не требуют дорогостоящего оборудования, но в данном случае плоскость среза определена конструктивно. Это может приводить к искажению результатов. Штамповые испытания проводятся в полевых условиях, и это является их недостатком. Однако данный метод, как и испытания на сдвиг, наиболее просто смоделировать в программном комплексе EDEM, а также проанализировать полученные результаты. Кроме указанных выше испытаний существуют и другие, которые могут быть выбраны в зависимости от целей испытаний и доступного оборудования, например, испытание методом одноосного сжатия.

Существующие математические модели взаимодействия отдельных частиц. Рассмотрим математические модели, используемые в программном комплексе EDEM [7].

Модель Герца — Миндлина. Модель Герца — Миндлина (Hertz-Mindlin model (no slip)) — это основная математическая модель, которая используется в EDEM. Она основана на работе, проделанной Герцем (1882) и Миндлином (1949) о поведении упругих тел, находящихся в контакте. Допущения: усилие сжатия влечет за собой возникновение касательной силы; скольжение вдоль

поверхности контакта отсутствует. В общем случае взаимодействие частиц можно описать отдельно взаимодействием по нормали и по касательной (рис. 4).

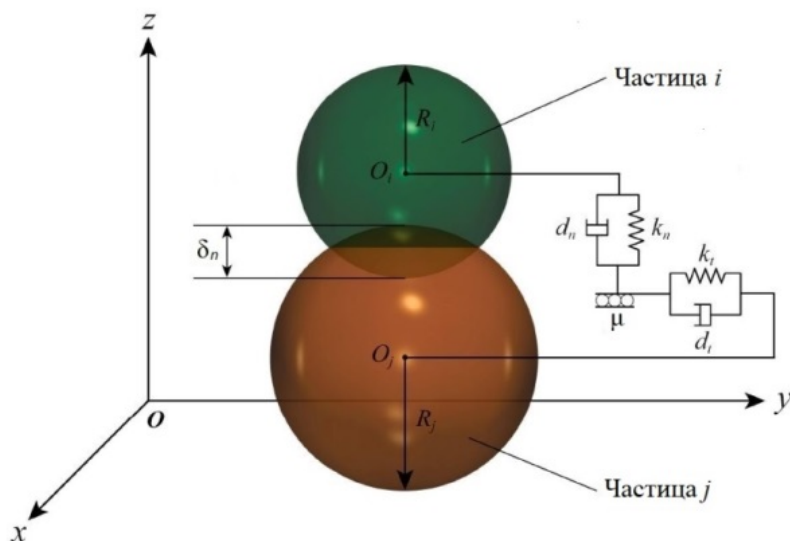


Рис. 4. Схема взаимодействия двух частиц

Состояние i -й частицы описывается следующими уравнениями на основе второго закона Ньютона:

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_{j=1}^n (F_{cn,ij} + F_{dn,ij} + F_{ct,ij} + F_{dt,ij}) + m_i g;$$

$$J_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_{j=1}^n (T_{t,ij} + T_{r,ij}),$$

где m_i — масса частицы; v_i — линейная скорость частицы; n — число частиц, взаимодействующих с i -й частицей; J_i — момент инерции частицы; ω_i — угловая скорость частицы; $F = F_{cn,ij} + F_{dn,ij} + F_{ct,ij} + F_{dt,ij}$ — внешняя сила, действующая на i -ю частицу; $T = T_{t,ij} + T_{r,ij}$ — внешний момент, действующий на i -ю частицу.

Упругую составляющую нормальной силы $F_{cn,ij}$ находят по формуле Герца:

$$F_{cn,ij} = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} \delta_n^{3/2},$$

где $E^* = \left[\frac{1-v_i^2}{E_i} + \frac{1-v_j^2}{E_j} \right]^{-1}$ — приведенный модуль упругости; $\nu_{i,j}$ и $E_{i,j}$ — соответственно коэффициент Пуассона и модуль упругости первого рода i, j -й час-

тицы; $R^* = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j}$ — приведенный радиус; $\delta_n = \frac{a^2}{R^*}$ — глубина проникновения частиц; a — полуширина контакта.

Демпфирующую составляющую нормальной силы $F_{dn,ij}$ определяют по формуле

$$F_{dn,ij} = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_n m^*} v_n^{rel},$$

где $\beta = \frac{-\ln e}{\sqrt{(\ln e)^2 + \pi^2}}$; e — коэффициент упругого восстановления; $S_n =$

$= 2E^* \sqrt{R^* \delta_n}$ — нормальная жесткость; $m^* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ — приведенная масса;

v_n^{rel} — нормальная составляющая относительной линейной скорости двух частиц.

Упругую составляющую касательной силы $F_{ct,ij}$ находят по формуле

$$F_{ct,ij} = -S_t \delta_t,$$

где $S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n}$ — касательная жесткость; G^* — приведенный модуль сдвига; δ_t — касательное перемещение.

Демпфирующую составляющую касательной силы $F_{dt,ij}$ вычисляют по формуле

$$F_{dt,ij} = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_t \cdot m^*} \cdot v_t^{rel},$$

где v_t^{rel} — касательная составляющая относительной линейной скорости двух частиц.

Суммарная касательная сила ограничена кулоновским трением $\mu_s \cdot F_n$, где μ_s — коэффициент трения скольжения (покоя).

Модель Герца — Миндлина с учетом адгезии. Модель Герца — Миндлина с учетом адгезии (Hertz-Mindlin model with JKR) — это модель, которая учитывает влияние сил Ван-дер-Ваальса в зоне контакта. Она основана на теории Джонсона — Кендалла — Робертса (Johnson, Kendal and Roberts, 1971) и может использоваться для моделирования связанных или влажных материалов. Данная модель обеспечивает большую силу трения, чем модель без учета адгезии. Нормальную демпфирующую, касательную упругую и касательную демпфирующую силы рассчитывают так же, как и в предыдущей модели. Нормальная упругая сила зависит от глубины проникновения частиц δ_n и дополнительного параметра взаимодействия — поверхностной энергии Гиббса γ , Дж/м²:

$$F_{cn,ij} = \frac{4E^*}{3R^*} a^3 - 4\sqrt{\pi\gamma E^*} a^{3/2},$$

где $\delta_n = \frac{a^2}{R^*} - \sqrt{\frac{4\pi\gamma a}{E^*}}$ — глубина проникновения частиц.

Максимальный зазор δ_c находят по формуле

$$\delta_c = -\sqrt{\frac{4\pi\gamma E^*}{E^*}} + \frac{a_c^2}{R^*}.$$

Данную контактную модель рекомендуется использовать при равенстве контактного и физического радиусов $r_k = r_\phi$.

Модель Герца — Миндлина с учетом адгезии версия 2. Модель Герца — Миндлина с учетом адгезии версия 2 (Hertz-Mindlin model with JKR Version 2) — уточненная модель, в которой рассчитывается дополнительная работа необходимая для разрыва контакта между двумя частицами.

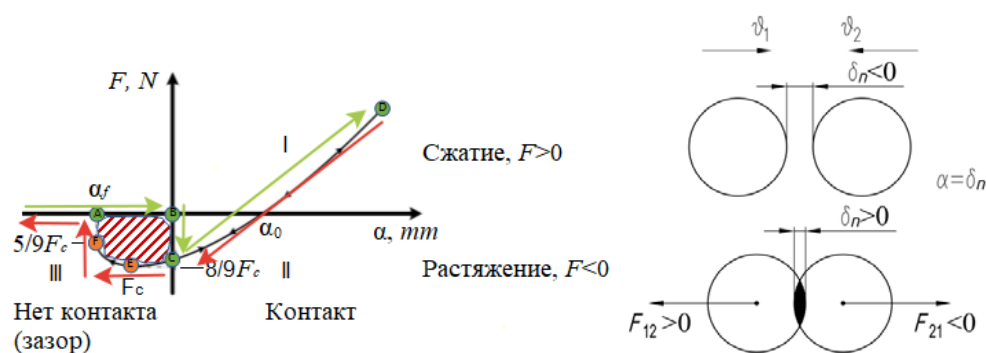


Рис. 5. Иллюстрация принципа работы модели JKR V2

Схема представлена на рис. 5. При сближении двух частиц ($\alpha = \delta_n < 0$ и $F = 0$) сила равна нулю (от точки A до точки B). В точке B происходит физический контакт, при этом нормальная сила сразу падает до значения $F = -\frac{8}{9}F_c$ (точка C). Здесь $F_c \neq 0$ — контактная сила отрыва, которая не равна нулю из-за наличия межмолекулярного взаимодействия (влияние сил Ван-дер-Ваальса). При дальнейшем нагружении нормальная сила движется из состояния C в D. Этап нагружения показан зелеными стрелками. На этапе восстановления (разгрузки) накопленная энергия преобразуется в кинетическую энергию, и частицы движутся в противоположном направлении из состояния D в C. Однако в точке C частицы остаются прилипшими друг к другу, и требуется дополнительная работа (заштрихована), чтобы их разделить. Для того чтобы разорвать кон-

такт, необходимо приложить дополнительную отрывающую силу F_c (точка E). После точки F контакта нет. Этап восстановления показан на рис. 5 красными стрелками.

В данной модели наоборот очень важно задать контактный радиус частицы больше физического: $r_k > r_\phi$. Нормальную контактную силу в данной модели определяют по формуле

$$F_{n,ij} = \frac{4E^*}{3R^*} a^3 - \sqrt{8\pi\Gamma E^*} a^{3/2},$$

где $\Gamma = \gamma_i + \gamma_j - \gamma_{i,j}$ — обобщенная поверхностная энергия; $\gamma_{i,j}$ — поверхностная энергия границы раздела двух частиц.

Если тела выполнены из одного и того же материала, поверхностная энергия границы раздела равна нулю: $\gamma_{i,j} = 0$. Таким образом, обобщенная поверхностная энергия становится равной $\Gamma = 2\gamma$. Глубину проникновения частиц $\alpha = \delta_n$ и силу F_c находят по формулам

$$\alpha = \delta_n = \frac{a^2}{R^*} - \sqrt{\frac{2\pi\Gamma a}{E^*}};$$

$$F_c = \frac{3}{2}\pi R^* \Gamma.$$

Традиционная модель трения качения. Трение качения в традиционной модели (Standard Rolling Friction) учитывается дополнительным моментом, прикладываемым к частице и определяемым по формуле

$$T_i = -\mu_r \cdot F_n \cdot R_i \cdot \omega_i,$$

где μ_r — коэффициент сопротивления качению; F_n — нормальная сила; R_i — расстояние от точки контакта до центра масс; ω_i — единичный вектор угловой скорости.

Математические модели взаимодействия отдельных частиц позволяют моделировать и верифицировать различные типы несвязанных грунтов. Для создания математической модели грунтов, у которых связность $c_0 = 0$, рекомендуется использовать модель Герца — Миндлина. Для связанных и влажных грунтов рекомендуется использовать модели Герца — Миндлина с учетом адгезии (исходная и версия 2). При использовании уточненной модели необходимо дополнительное изучение влияния контактного радиуса на результаты моделирования.

Существуют и другие модели взаимодействия, которые подробно рассматривать не будем в связи с малым их применением из-за большого количества числа варьируемых параметров, как в модели Эдинбурга с учетом упругопластической адгезии.

Сравнительный анализ моделей. Для примера рассмотрим испытание на сдвиг. Исходные параметры математической модели приведены ниже:

Плотность частицы ρ , кг/м ³	2600
Модуль сдвига частицы G , МПа	10
Коэффициент Пуассона частицы ν	0,25
Радиус частицы R , мм.....	3
Коэффициенты взаимодействия частиц с частицами	$e = 0,5; \mu_s = 0,7; \mu_r = 0,1$
Коэффициенты взаимодействия частиц с геометрией ...	$e = 0,5; \mu_s = 0,5; \mu_r = 0,2$
Диаметр поршня D , мм.....	100
Материал поршня и цилиндров	Сталь

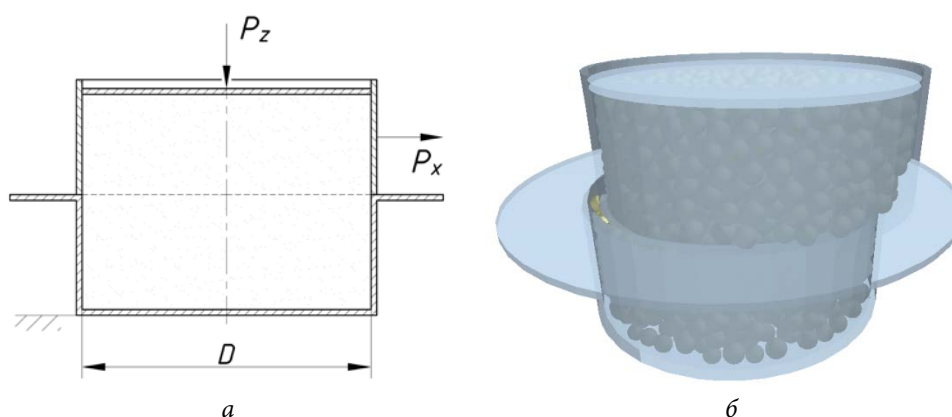


Рис. 6. Виртуальный стенд:
 а — расчетная схема; б — реализация в EDEM

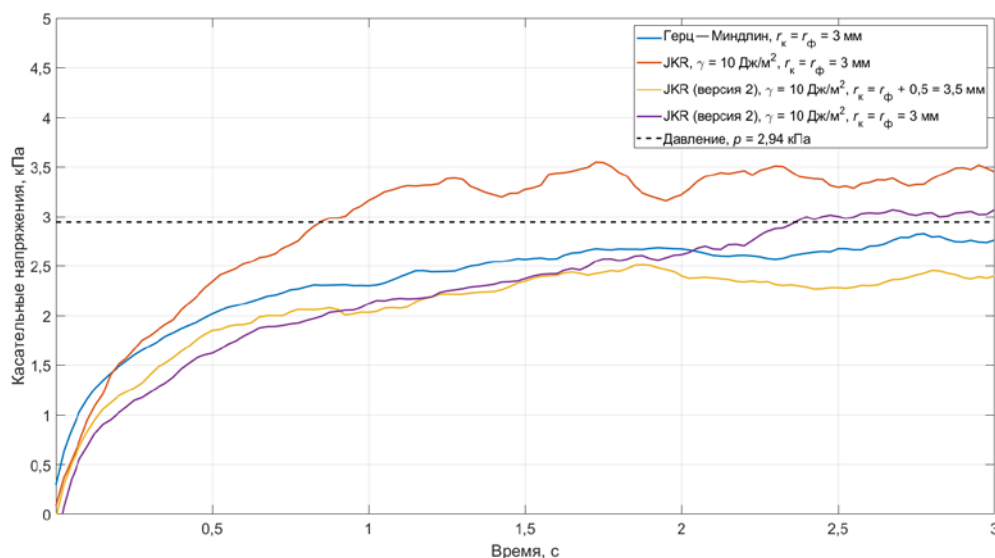


Рис. 7. Результаты моделирования

Виртуальный стенд состоит из верхнего и нижнего цилиндров и поршня (рис. 6).

Нижний цилиндр неподвижен, к верхнему цилиндру прикладывается сдвигающая сила P_x до тех пор, пока не произойдет срез грунта. Нормальная сила $P_z = 23,1$ Н постоянна в течение эксперимента (соответствует давлению $p = 2,94$ кПа). Результаты моделирования показаны на рис. 7. Полученные зависимости позволяют качественно сравнить характер поведения частиц при использовании различных математических моделей.

Как было сказано выше, модель Герца — Миндлина обеспечивает меньшее внутреннее трение. Получены следующие значения касательных напряжений в кПа:

Модель Герца — Миндлина	2,74
Модель Герца — Миндлина с учетом адгезии	3,38
Модель Герца — Миндлина с учетом адгезии (версия 2)	3,03
Модель Герца — Миндлина с учетом адгезии (версия 2), $r_k > r_\phi$	2,36

Заключение. Известно, что на тягово-сцепные и тягово-энергетические характеристики автомобилей высокой проходимости влияет не только тип колесного движителя, но и тип несвязанного грунта. Число типов грунта практически неограниченно, поэтому для их описания используют обобщенные параметры. Установлено, что наиболее полную картину о физико-механических свойствах грунтов дает испытание на установке трехосного сжатия. Тем не менее, нередко используют и другие методы такие, как штамповые испытания, испытания на сдвиг и т. д.

Определено, что существующие математические модели взаимодействия отдельных частиц позволяют описывать несвязанные грунты с различными физико-механическими свойствами. Так, для описания, например, сухого песка, у которого $c_0 = 0$, рекомендуется использовать математическую модель Герца — Миндлина. А для влажного песка, у которого $c_0 \neq 0$, рекомендуется использовать математическую модель Герца — Миндлина с учетом адгезии (исходная и версия 2).

В результате проведенных виртуальных испытаний установлено, что модель Герца — Миндлина при прочих равных условиях обеспечивает наименьшее трение (касательные напряжения). При использовании модели Герца — Миндлина с учетом адгезии (версия 2) и контактного радиуса больше физического касательные напряжения уменьшаются на 22 %. Следовательно, используя данную модель, можно получить относительно небольшие касательные напряжения при наличии связности.

Литература

- [1] Ларин В.В. Теория движения полноприводных колесных машин. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010.
- [2] Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. М., Машиностроение, 1990.
- [3] Вольская Н.С. Оценка проходимости колесных машин при движении по неровной грунтовой поверхности. М., МГИУ, 2007.
- [4] Гольдштейн М.Н. Механические свойства грунтов. М., Стройиздат, 1971.
- [5] Лысенко М.П. Состав и физические свойства грунтов. М., Недра, 1972.
- [6] Агейкин Я.С. Проходимость автомобилей. М., Машиностроение, 1981.

Пашковский Роман Родионович — студент кафедры «Колесные машины», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская федерация.

Научный руководитель — Евсеев Кирилл Борисович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Колесные машины», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Пашковский Р.Р. Анализ существующих подходов к определению физико-механических параметров несвязанного грунта и моделированию динамики его частиц. *Политехнический молодежный журнал*, 2023, № 01(78). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-01-853>

ANALYSIS OF THE EXISTING APPROACHES TO THE DETERMINATION OF THE PHYSICO-MECHANICAL PARAMETERS OF THE UNBOUND SOIL AND THE MODELING OF THE ITS PARTICLES DYNAMICS

R.R. Pashkovsky

Roma115577@mail.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The article presents different methods for testing unbound soil to determine its physico-mechanical parameters, which, together with the tire type, determine wheeled vehicle roadability, as well as grip and pull and energy efficiency characteristics. To describe the tire — road interaction, it is advisable to use the mathematical modeling methods. The use of the discrete element method makes it possible to describe the interaction of soil particles. The verified mathematical model of the soil can be used for further research in describing the interaction of the vehicle tire with the soil at the stage of academic research work. The existing mathematical models of the interaction of separate particles were compared.

Keywords

Angle of repose, angle of internal friction, cohesion, Hertz-Mindlin model, adhesion, rolling friction, discrete element method, soil shear, shear stresses

Received 23.12.2022

© Bauman Moscow State Technical University, 2022

References

- [1] Larin V.V. Teoriya dvizheniya polnoprivodnykh kolesnykh mashin [Theory of motion of all-wheel-drive vehicles]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2010 (in Russ.).
- [2] Smirnov G.A. Teoriya dvizheniya kolesnykh mashin [Theory of motion of wheeled machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990 (in Russ.).
- [3] Volskaya N.S. Otsenka prokhozimosti kolesnykh mashin pri dvizhenii po nerovnoy gruntovoy poverkhnosti [Estimation of wheeled machines passability when moving on uneven ground surface]. Moscow, MGIU Publ., 2007 (in Russ.).
- [4] Goldshteyn M.N. Mekhanicheskie svoystva gruntov [Mechanical properties of soils]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1971 (in Russ.).
- [5] Lysenko M.P. Sostav i fizicheskie svoystva gruntov [Composition and physical properties of soils]. Moscow, Nedra Publ., 1972 (in Russ.).
- [6] Ageykin Ya.S. Prokhozimost avtomobiley [Drivability of automobiles]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1981 (in Russ.).

Pashkovsky R.R. — Student, Department of Wheel Vehicles, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Evseev K.B., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Wheel Vehicles, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:

Pashkovsky R.R. Analysis of the existing approaches to the determination of the physico-mechanical parameters of the unbound soil and the modeling of the its particles dynamics. *Politekhniicheskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2023, no. 01(78). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2023-01-853.html> (in Russ.).