

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОДЗАРЯДКИ СФЕРЫ И ТОРА ДЛЯ ДОСТИЖЕНИЯ СВЕРХВЫСОКИХ КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Д.Ю. Смыслов

denis.smyslow@gmail.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Рассмотрена важная составляющая метода квази-электростатического ускорения для определения оптимальной конфигурации макроскопического тела. Представлено аналитическое решение задачи рассеяния на макроскопическом теле с учетом его подзарядки. Визуализирован процесс рассеяния и поглощения релятивистских позитронов на заряженной сфере и торе в Comsol Multiphysics. Получена зависимость эффективности поглощения от радиуса пучка для каждого тела. Сделан вывод о том, что при заданных параметрах в случае цилиндрического пучка эффективность подзарядки для сферы выше, чем для тора на 7 %, а при использовании кольцевого пучка эффективность подзарядки тора возрастает на 14 %. Полученные результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях по достижению сверхвысокого квазиэлектростатического потенциала и разработке нового типа ускорителя, работа которого основана на этом принципе.

### Ключевые слова

Линейные сильноточные ускорители, метод квазиэлектростатического потенциала, рассеяние в кулоновом поле, подзарядка макроскопического тела, потенциал заряженной сферы, потенциал заряженного тора, сечение поглощения, эффективность подзарядки, оптимальный радиус пучка, цилиндрический пучок, кольцевой пучок, траектории релятивистских позитронов

Поступила в редакцию 14.06.2022

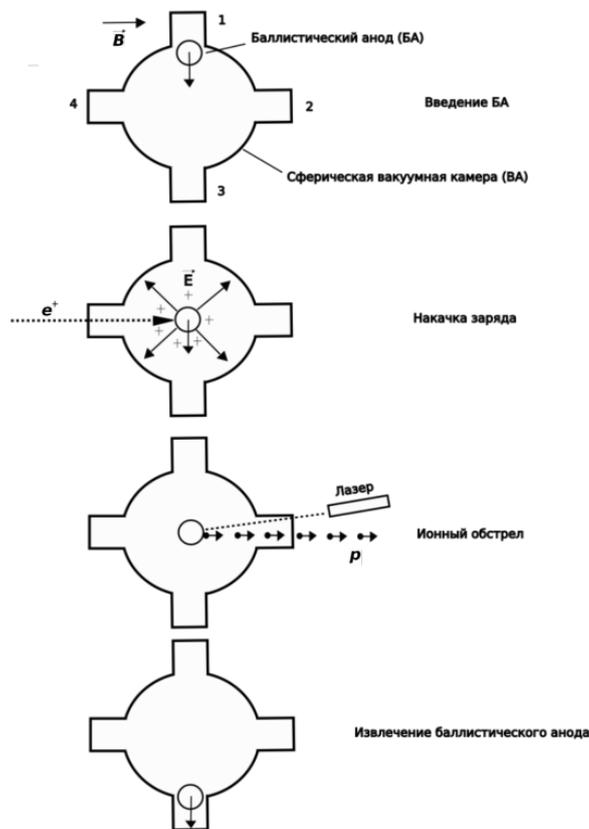
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022

---

**Введение.** Применение традиционных подходов к решению экологических и энергетических проблем сопряжено с рядом задач в областях трансмутации радиоактивных отходов, инерционного термоядерного синтеза, разработки мощных импульсных высокоэнергетических источников нейтронов и т. д. Решить данные задачи позволяют линейные сильноточные ускорители ионов средних энергий (порядка 1 ГэВ/нуклон), однако в настоящее время их широкое применение сильно ограничено по причине их массивных размеров и высокой стоимости. Так, характерная длина этих ускорителей составляет около одного километра, а их стоимость — от одного до трех миллиардов долларов в зависимости от тока пучка. Кроме того, анализ известных ускорителей такого типа, показывает, что развитие существующих схем ускорения ограничено также по физическим и техническим причинам. Важнейшими проблемами являются малый темп ускорения ионов, большие размеры резонаторов (особенно в диапазоне скоростей  $v \ll c$ ) и технические трудности, связанные с применением

квадруполей\*. Они должны быть решены в первую очередь и, вероятно, потребуют новых физических подходов.

В настоящей работе обсуждаются некоторые детали метода квазиэлектростатического ускорения, позволяющего решить указанные выше проблемы. Этот метод предполагает использование сверхвысокого электростатического потенциала, порядка  $10^9$  В, создаваемого на короткое время порядка  $10^{-4}$  с. Получение и применение таких сверхсильных электростатических полей является актуальной задачей физики высоких энергий. На данный момент получены и широко применяются лишь сверхсильные магнитные поля порядка 25 МГс, метод генерации которых был предложен А.Д. Сахаровым в 1951 г. [1, 2].



**Рис. 1.** Схема ускорителя на сверхвысоких квазиэлектростатических потенциалах

\* Квадруполь — устройство, состоящее из четырех идентичных стержневых магнитов, расположенных перпендикулярно друг другу таким образом, что северный полюс одного магнита находится рядом с южным полюсом другого. Такая конфигурация устраняет дипольный момент, в результате чего в уравнениях поля остаются только квадрупольные члены, при этом создается магнитное поле, убывающее на больших расстояниях быстрее, чем поля диполя. Данное устройство используется в ускорителях для фокусировки пучка заряженных частиц.

Следуя [3–5], напомним основной физический принцип работы ускорителя на сверхвысоких квазиэлектростатических потенциалах (рис. 1).

Размер сферической внутренней камеры с высоким вакуумом составляет не менее 1 м в диаметре. Камера заземлена и изготовлена из материала, имеющего низкий коэффициент фотоэлектрической и вторичной электронно-ионной эмиссии. Во внутренней камере имеются вакуумные порты 1, 2, 3, 4, расположенные, как показано на рис. 1.

Баллистический анод специальной конструкции, малый по сравнению с размерами камеры, свободно перемещается из порта 1 в порт 2. Проходя через центр, он облучается пучком релятивистских позитронов через порт 4, накапливая положительный заряд. Ограничениями, накладываемыми на этот процесс, служат автоионная эмиссия с поверхности анода и его разрушение под воздействием электростатических сил [6].

Под воздействием высокопоточкового светового излучения лазерного луча, сфокусированного на малой площади поверхности баллистического анода, будет формироваться плазменное облако, имеющее очень высокую ионную эмиссию. За счет разницы потенциалов между баллистическим анодом и стенками камеры весь заряд с анода в виде ускоренного потока ионов уйдет через порт 2.

**Учет подзарядки в уравнении траектории заряженной частицы, движущейся в Кулоновом поле.** Рассмотрим уравнение траектории для заряженной релятивистской частицы (1), движущейся в поле неподвижного точечного заряда, полученное в [7] с помощью разделения переменных в уравнении Гамильтона — Якоби (рис. 2):

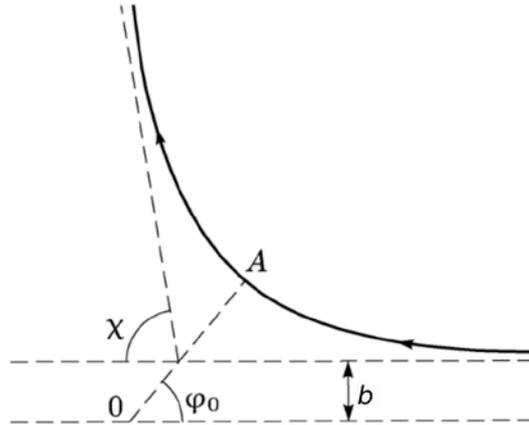
$$r(\varphi) = \frac{\alpha^2 - c^2 M^2}{\alpha E - c \sqrt{(ME)^2 + m^2 c^2 (\alpha^2 - M^2 c^2)} \cosh \left( \varphi \sqrt{\frac{\alpha^2}{c^2 M^2} - 1} \right)}, \quad (1)$$

где  $r$  — радиус вектор заряженной частицы, проведенный из точки  $O$ ;  $\varphi$  — угол в полярной системе координат, связанной с центром рассеяния,  $\alpha = Q \cdot e^+$  — константа связи ( $Q$  — точечный заряд, расположенный в силовом центре,  $e^+ = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл — заряд позитрона);  $E$  — полная энергия движущейся частицы,  $M$  — момент импульса движущейся частицы,  $c$  — скорость света,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  — масса позитрона.

Для простоты расчетов рассмотрим в качестве макроскопического тела сферу радиусом  $R$ . Условие подзарядки получим, приравняв начальную кинетическую энергию позитронов на бесконечности к максимальной потенциальной энергии сферы с учетом добавки  $\Delta E$  для преодоления потенциального барьера (для удобства перейдем к релятивистской системе единиц, где скорость света  $c = 1$ ):

$$E = \frac{m}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{\alpha}{R} + \Delta E.$$

где  $v$  — скорость позитрона.



**Рис. 2.** Рассеяние частицы в поле точечного заряда:  
 $b$  — прицельный параметр,  $OA$  — минимальное расстояние между частицей и силовым центром;  $\varphi_0$  — угол отклонения радиус-вектора  $r$ , соответствующего минимальному расстоянию  $OA$ ,  $\chi$  — угол отклонения частицы от первоначальной траектории

Выразим константу связи через энергию:

$$\alpha = ER \left( 1 - \frac{\Delta E}{E} \right) = ER(1 + \varepsilon), \quad (2)$$

где  $\varepsilon = \frac{\Delta E}{E}$ .

Приведем скорость к безразмерной величине:

$$E = \frac{m}{\sqrt{1-v^2}} \rightarrow v = \frac{v}{c} = \beta = \sqrt{1 - \left( \frac{m}{E} \right)^2}.$$

Тогда момент импульса примет вид:

$$M = \frac{mvb}{\sqrt{1-v^2}} = E\beta b. \quad (3)$$

где  $b$  — прицельный параметр.

Поскольку распределение электрического потенциала заряженной проводящей сферы совпадает с распределением потенциала точечного заряда на

Оценка эффективности подзарядки сферы и тора для достижения...

расстоянии от центра сферы  $r \geq R$ , как показано на рис. 3, то можно подставить момент импульса (3) и константу связи (2), выраженные через энергию в уравнение (1), тогда

$$r(\varphi) = \frac{R\beta\rho\left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{\beta^2\rho^2} - 1\right)}{\frac{1-\varepsilon}{\beta\rho} - \sqrt{1+(1-\beta^2)\left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{\beta^2\rho^2} - 1\right)} \cosh\left(\varphi\sqrt{\frac{(1-\varepsilon)^2}{\beta^2\rho^2} - 1}\right)},$$

где  $\varepsilon = \frac{\Delta E}{E}$ ;  $\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{m}{E}\right)^2}$ ;  $\rho = \frac{b}{R}$ .

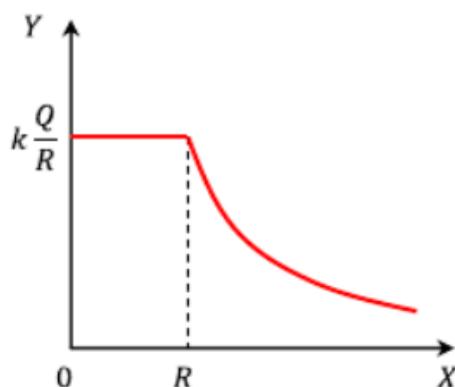


Рис. 3. Распределение потенциала заряженной сферы:

$R$  — радиус сферы;  $k$  — коэффициент пропорциональности;  $Q$  — заряд на сфере

Угол максимального отклонения от минимального расстояния частицы до сферы найдем из условия  $r(\varphi) \rightarrow \infty$ , т. е.

$$\frac{1-\varepsilon}{\beta\rho} - \sqrt{1+(1-\beta^2)\left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{\beta^2\rho^2} - 1\right)} \cosh\left(\varphi\sqrt{\frac{(1-\varepsilon)^2}{\beta^2\rho^2} - 1}\right) = 0,$$

отсюда получим

$$\varphi_0 = \frac{\beta\rho}{\sqrt{(1-\varepsilon)^2 - \beta^2\rho^2}} \operatorname{arcsech} \left[ \frac{\sqrt{\beta^2\rho^2(2-\beta^2) - (1-\beta^2)(1-\varepsilon)^2}}{1-\varepsilon} \right].$$

Для дальнейшего решения удобнее выполнить замену

$$\varphi \rightarrow \varphi - \varphi_0,$$

где  $\varphi \in [0; 2\varphi]$ .

Тогда окончательно уравнение траектории примет вид

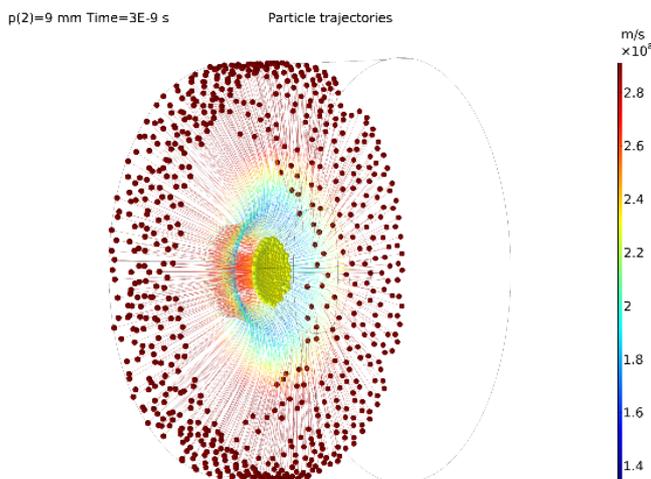
$$r(\varphi) = \frac{R\beta\rho \left( \frac{(1-\varepsilon)^2}{\beta^2\rho^2} - 1 \right)}{\frac{1-\varepsilon}{\beta\rho} - \sqrt{1 + (1-\beta^2) \left( \frac{(1-\varepsilon)^2}{\beta^2\rho^2} - 1 \right)} \cosh \left( (\varphi - \varphi_0) \sqrt{\frac{(1-\varepsilon)^2}{\beta^2\rho^2} - 1} \right)}$$

**Построение модели рассеяния позитронов на заряженных сфере и торе.**

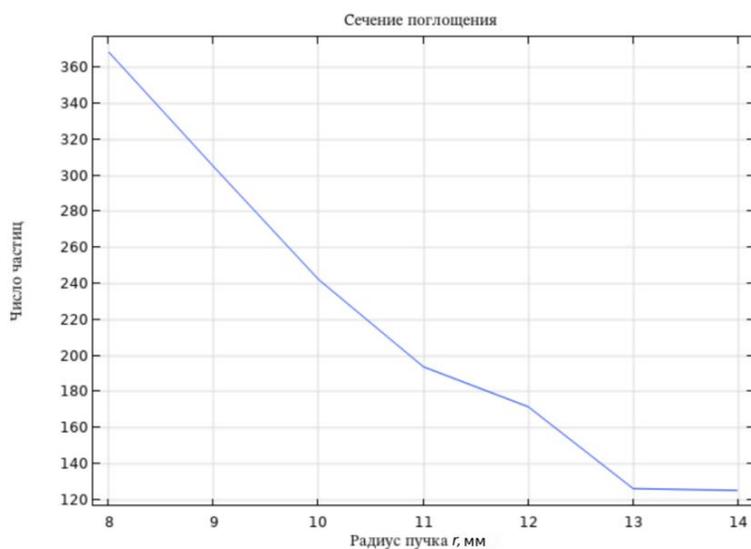
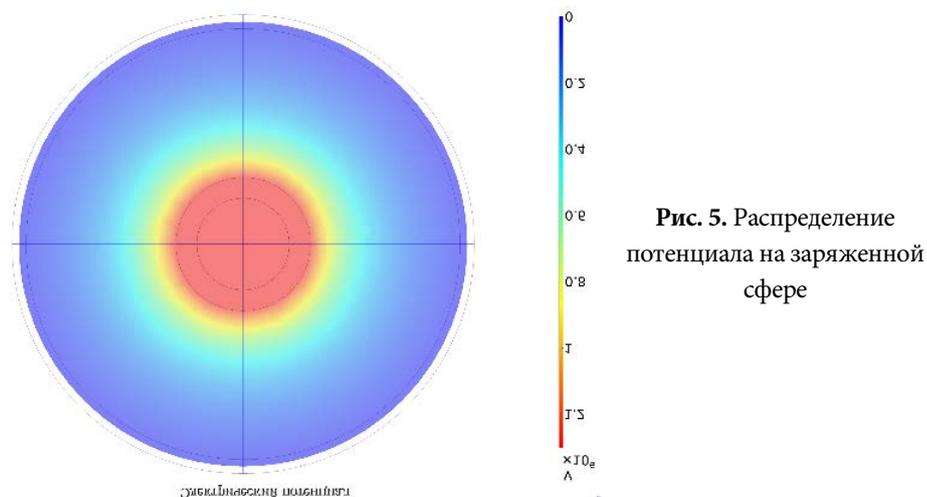
**Определение эффективности подзарядки.** Визуализация процесса подзарядки сферы и тора релятивистскими позитронами проводилась с помощью программного обеспечения COMSOL Multiphysics. Численные значения параметров, используемые при моделировании:

- радиус сферы  $R = 12$  мм;
- большой и малый радиусы тора  $R_t = 10$  мм,  $r_t = 2$  мм;
- расстояние от анода до источника частиц  $L = 20$  мм;
- материал анода — медь;
- количество частиц  $N = 1000$ ;
- ток пучка  $I = 0,1$  А;
- начальная скорость вылета  $v_0 = 2,9 \cdot 10^8$  м/с;
- потенциал заряженного анода  $U = 1,3 \cdot 10^6$  В.

**Рассеяние на заряженной сфере с учетом подзарядки.** Для изучения процесса рассеяния и поглощения релятивистских позитронов на заряженной сфере использовался цилиндрический пучок частиц с радиусом  $r$  и равномерным распределением. В результате визуализации был получен вид траекторий позитронов, представленный на рис. 4. Полученное распределение потенциала (рис. 5) соответствует известному распределению на заряженной сфере, приведенному на рис. 3.



**Рис. 4.** Вид траекторий позитронов в процессе рассеяния на заряженной сфере



**Рис. 6.** Зависимость сечения поглощения сферы от радиуса цилиндрического пучка

Из рис. 6 видно, что эффективность подзарядки сферы равномерно уменьшается с увеличением радиуса пучка  $r$ .

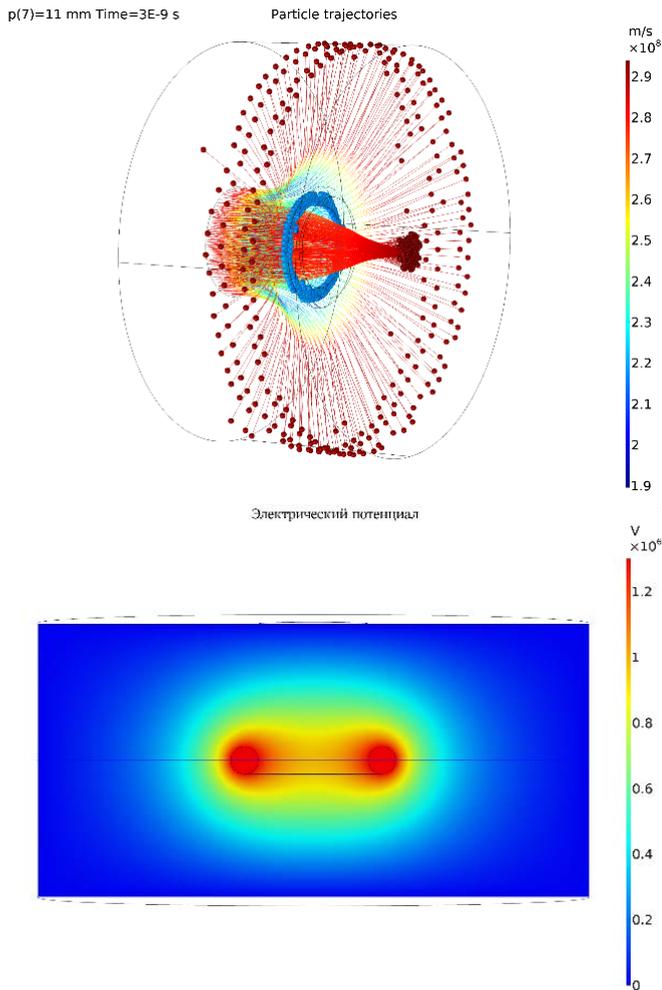
Максимальное значение коэффициента поглощения составляет

$$\sigma^* = 1 - \sigma = \frac{n}{N} = 0,37$$

при значении  $r = 8$  мм, где  $n$  — количество поглощенных частиц,  $N$  — общее число частиц,  $\sigma$  — сечение рассеяния.

Максимальная эффективность подзарядки 37 %.

**Рассеяние на заряженном торе с учетом подзарядки.** В результате использования цилиндрического пучка с радиусом  $r$  для тора характер траекторий позитронов изменяется, как показано на рис. 7. Распределение электрического потенциала заряженного тора (рис. 8), полученное в этой модели, совпадает с результатом, представленным в [8, 9].



**Рис. 7.** Вид траекторий позитронов в процессе рассеяния на заряженном торе

**Рис. 8.** Распределение потенциала на заряженном торе

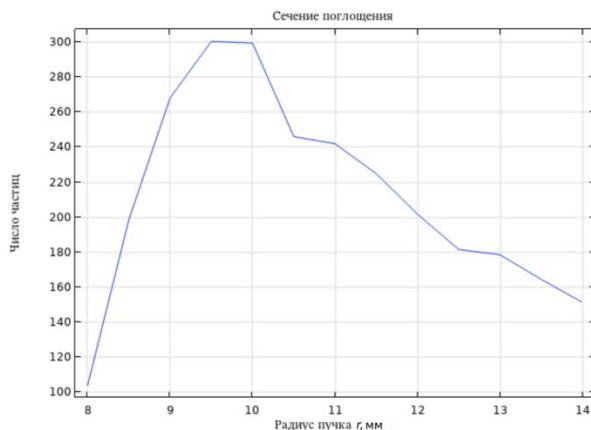
Как видно на рис. 9, эффективность зарядки возрастает с увеличением радиуса пучка  $r$  до значения, равного большому радиусу тора  $R_t$ , затем равномерно убывает.

Максимальное значение коэффициента поглощения составляет

$$\sigma^* = 1 - \sigma = \frac{n}{N} = 0,30$$

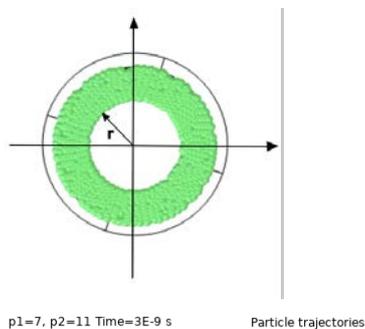
при значении  $r = 10$  мм.

Максимальная эффективность подзарядки 30 %.

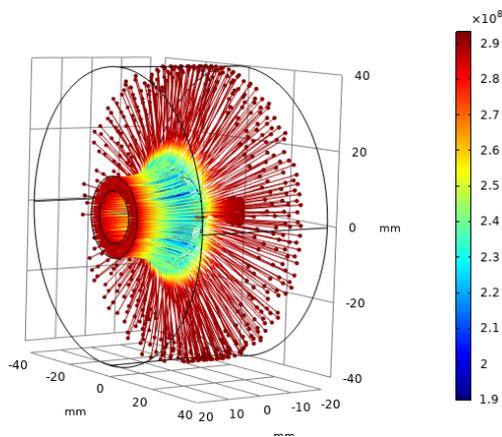


**Рис. 9.** Зависимость сечения поглощения тора от радиуса цилиндрического пучка

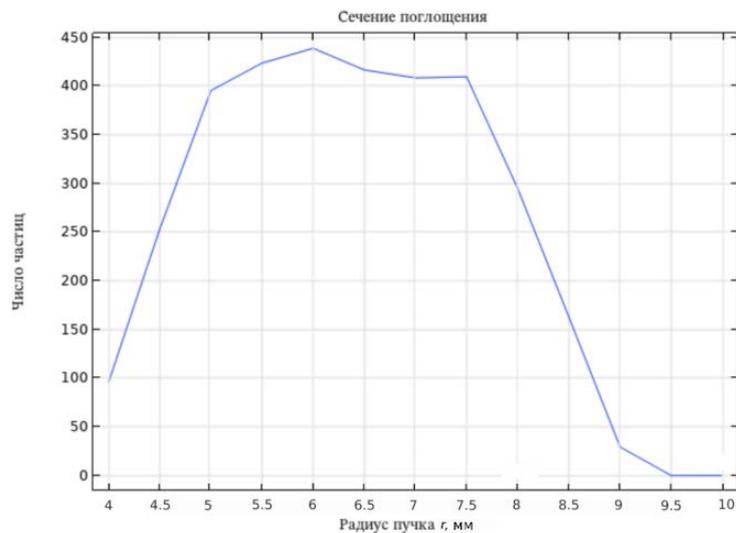
*Рассеяние на заряженном торе с учетом подзарядки в случае кольцевого пучка.* Отдельно был рассмотрен процесс рассеяния и поглощения релятивистских позитронов на заряженном торе при использовании пучка частиц в форме кольца с радиусом  $r$  и постоянной толщиной, равной малому диаметру тора (рис. 10). Траектории позитронов в этом случае имеют вид, представленный на рис. 11.



**Рис. 10.** Кольцевой пучок с радиусом  $r$



**Рис. 11.** Вид траекторий позитронов в процессе рассеяния на заряженном торе с учетом подзарядки в случае кольцевого пучка



**Рис. 12.** Зависимость сечения поглощения тора от радиуса кольцевого пучка

Как и в случае цилиндрического пучка, наблюдается возрастание эффективности подзарядки с увеличением радиуса пучка  $r$  до значения, соответствующего радиусу отверстия тора  $r \leq R_t - r_t$ . Затем эффективность подзарядки стремительно падает, достигая нуля при значениях радиуса пучка  $r > R_t + r_t$ , выходящих за пределы тора (рис. 12).

Максимальное значение коэффициента поглощения

$$\sigma^* = 1 - \sigma = \frac{n}{N} = 0,44$$

при значении радиуса пучка  $r = 6$  мм.

Максимальная эффективность подзарядки составляет 44 %.

**Выводы.** В данной работе была решена задача рассеяния и поглощения позитронов на заряженных сфере и торе с учетом их подзарядки. В результате моделирования в пакете COMSOL Multiphysics получены графики зависимости сечения поглощения от радиуса пучка позитронов, на основании которых можно сделать следующие выводы.

1. Эффективность подзарядки сферы равномерно уменьшается с увеличением радиуса цилиндрического пучка. Оптимальный радиус пучка при указанных начальных параметрах составляет  $r = 8$  мм.

2. Эффективность подзарядки тора возрастает с увеличением радиуса цилиндрического пучка до значения, равного большому радиусу тора  $R_t$ , а затем равномерно убывает. Оптимальный радиус пучка при указанных начальных параметрах составляет  $r = 10$  мм.

3. Максимальная эффективность подзарядки в случае цилиндрического пучка при указанных начальных параметрах для сферы выше, чем для тора на 7 %.

4. В случае кольцевого пучка эффективность подзарядки тора возрастает при увеличении радиуса пучка до значения, соответствующего радиусу отверстия тора, а затем стремительно падает, достигая нуля при значениях радиуса пучка, превышающих размеры тора. Оптимальный радиус пучка при указанных начальных параметрах составляет  $r = 6$  мм.

5. При использовании кольцевого пучка максимальная эффективность подзарядки тора, значительно возрастает и превышает эффективность зарядки сферы. При указанных начальных параметрах максимальная эффективность подзарядки возросла на 14 %, из чего можно сделать вывод, что для эффективной зарядки тора следует использовать пучок именно этого вида.

### Литература

- [1] Сахаров А.Д., Людаев Р.З., Смирнов Е.Н. и др. Магнитная кумуляция. *ДАН СССР*, 1965, т. 165, № 1, с. 65–68. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0161.199105f.0047>
- [2] Сахаров А.Д. Взрывомагнитные генераторы. *УФН*, 1966, т. 88, № 4, с. 725–734. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0088.196604e.0725>
- [3] Горев В.В. Физическая баллистика и проблема ускорения макрочастиц. *Забабахинские научные чтения*. Снежинск, 1995, с. 8.
- [4] Горев В.В. Об аннигиляционном ускорении макрочастиц для УТС. *ДАН СССР*, 1984, т. 274, № 1, с. 67–71.
- [5] Gorev V.V. *High current source of positrons*. BAPS, 1995, vol. 40, no. 3, p. 5.
- [6] Мюллер Э.В. Автоионизация и автоионная микроскопия. *УФН*, 1962, т. 57, № 3, с. 481–552. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0077.196207c.0481>
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2, 8. М., Физматлит, 2003, 2005.
- [8] Ташаев Ю.Н. Моделирование электростатического поля заряженного непроводящего тороида. *Прикладная физика*, 2015, № 4, с. 21–26.
- [9] Ташаев Ю.Н. Моделирование электростатического поля тороида. *Успехи прикладной физики*, 2015, т. 3, № 2, с. 126–132.

**Смыслов Денис Юрьевич** — студент кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Горев Владимир Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

### Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Смыслов Д.Ю. Оценка эффективности подзарядки сферы и тора для достижения сверхвысоких квазиэлектростатических потенциалов. *Политехнический молодежный журнал*, 2022, № 07(72). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2022-07-814>

---

## ASSESSMENT OF THE EFFICIENCY OF SPHERE AND TORUS RECHARGING TO ACHIEVE ULTRA-HIGH QUASI-ELECTROSTATIC POTENTIALS

D.Y. Smyslov

denis.smyslov@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

### Abstract

An important component of the quasi-electrostatic acceleration method to determine the optimal configuration of a macroscopic body is considered. An analytical solution of the scattering problem on a macroscopic body taking into account its charging is presented. The process of scattering and absorption of relativistic positrons on a charged sphere and torus in Comsol Multiphysics is visualized. The dependence of absorption efficiency on the beam radius for each body is obtained. It is concluded that for given parameters in the case of a cylindrical beam the absorption efficiency for a sphere is 7 % higher than for a torus, and when a circular beam is used the absorption efficiency for a torus increases by 14 %. The results obtained could be used in further research on achieving ultra-high quasi-electrostatic potential and the development of a new type of accelerator, the operation of which is based on this principle.

### Keywords

Linear high-current accelerators, quasi-electrostatic potential method, Coulomb field scattering, macroscopic body charging, charged sphere potential, charged torus potential, absorption cross-section, charging efficiency, optimum beam radius, cylindrical beam, ring beam, relativistic positron trajectories

Received 14.06.2022

© Bauman Moscow State Technical University, 2022

---

### References

- [1] Sakharov A.D., Lyudaev R.Z., Smirnov E.H. et al. Magnetic cumulation. *DAN SSSR*, 1965, vol. 165, no. 1, pp. 65–68. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0161.199105f.0047> (in Russ.). (Eng. version: *Sov. Phys. Usp.*, 1991, vol. 34, no. 5, pp. 385–386. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1991v034n05ABEH002495>)
- [2] Sakharov A.D. Magnetoimplosive generators. *UFN*, 1966, vol. 88, no. 4, pp. 725–734. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0088.196604e.0725> (in Russ.). (Eng. version: *Sov. Phys. Usp.*, 1966, vol. 9, no. 2, pp. 294–299. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1966v009n02ABEH002876>)
- [3] Gorev V.V. [Physical ballistics and problem of microparticles acceleration]. *Zababakhin-skie nauchnye chteniya* [Zababakhin Readings]. Snezhinsk, 1995, pp. 8 (in Russ.).
- [4] Gorev V.V. On the annihilation acceleration of macroparticles for ICF. *DAN SSSR*, 1984, vol. 274, no. 1, pp. 67–71 (in Russ.).
- [5] Gorev V.V. High current source of positrons. *BAPS*, 1995, vol. 40, no. 3, p. 5.
- [6] Myuller E.V. Field ionization and field ion microscopy. *UFN*, 1962, vol. 57, no. 3, pp. 481–552. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0077.196207c.0481> (in Russ.). (Eng. version: *Adv. Electron. Electron Phys.*, 1960, vol. 13, pp. 83–179. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0065-2539\(08\)60210-3](https://doi.org/10.1016/S0065-2539(08)60210-3))

- [7] Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika*. T. 2, 8 [Theoretical physics. Vol. 2, 8]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003, 2005 (in Russ.).
- [8] Tashaev Yu.N. Modeling of the electrostatic field of the charged non-conducting torus. *Prikladnaya fizika*, 2015, no. 4, pp. 21–26 (in Russ.).
- [9] Tashaev Yu.N. Modeling of the electrostatic field of the charged toroid. *Uspekhi prikladnoy fiziki* [Advances in Applied Physics], 2015, vol. 3, no. 2, pp. 126–132 (in Russ.).

**Smyslov D.Y.** — Student, Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — Gorev V.V., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Please cite this article in English as:**

Smyslov D.Y. Assessment of the efficiency of sphere and torus recharging to achieve ultra-high quasi-electrostatic potentials. *Politekhnicheskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2022, no. 07(72). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2022-07-814.html> (in Russ.).