

АНАЛИЗ ОПАСНЫХ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ГОРОДСКОГО ЭЛЕКТРОБУСА

К.В. Дудов

DudovKV@kamaz.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрены опасные резонансные режимы работы тягового электропривода городского электробуса при его эксплуатации, а также представлен подробный метод расчета динамической системы городского электробуса. Рассчитаны собственные частоты и формы колебаний динамической системы транспортного средства. Определены наиболее опасные частоты и амплитуды колебаний системы на резонансных режимах работы, а также напряжения, возникающие в элементах тягового электропривода. Сделан вывод, что в тяговом электроприводе значения напряжений достаточно малы и не способны вызвать разрушения в системе трансмиссии, поскольку амплитуды пульсации крутящего момента тягового электродвигателя невелики. Изложенный метод расчета можно применять для анализа динамических систем транспортных средств на электротяге.

Ключевые слова

Городской транспорт, городской автобус, электробус, индивидуальный тяговый привод, электродвигатель, трансмиссия, гармонический анализ, амплитуда колебаний

Поступила в редакцию 10.06.2022

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022

Введение. С каждым годом транспортная инфраструктура городов становится все более комфортной для людей. С ростом численности населения в крупных городах все острее встает вопрос внутригородских перевозок. Особенно это актуально в городах, где нет метро и вся нагрузка ложится на наземный транспорт, основными видами которого являются автобус и троллейбус, а в последнее время — электробус, который объединяет преимущества одного и второго. Современные требования к экологичности транспортных средств способствуют активному развитию общественного транспорта на электротяге.

Наиболее популярной компоновочной схемой односекционного городского электробуса в нашей стране является двухосная схема с задней ведущей осью, при этом часто применяется индивидуальный тяговый электропривод (ИТЭП) типа «мотор-колесо».

Замена двигателя внутреннего сгорания тяговым электродвигателем дает возможность увеличить плавность хода наземного транспорта и сделать его более комфортным для пассажиров. Двигатель внутреннего сгорания в процессе своей работы генерирует большой спектр вибраций, которые могут негативно сказываться на ресурсе работы трансмиссии, а также создают дискомфорт для

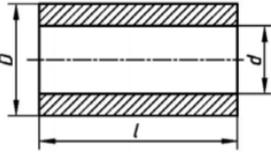
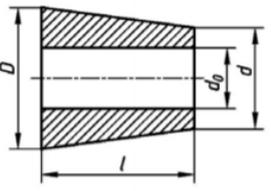
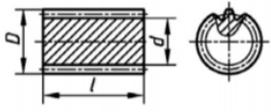
водителя и пассажиров [1, 2]. Электродвигатель работает более плавно благодаря отсутствию процессов, связанных с горением топлива. Однако электродвигатель нужно учитывать в частотных расчетах всего тягового электропривода, чтобы убедиться в том, что режимы его работы не будут негативно сказываться на ресурсе автомобиля и комфорте пассажиров. Для решения этой задачи необходимо сформировать исходную динамическую систему трансмиссии, определить параметры этой системы (моменты инерции и коэффициенты жесткости), составить эквивалентную схему трансмиссии, определить собственные частоты колебаний трансмиссии, определить работу, совершаемую крутящим моментом двигателя при резонансе на различных гармониках, вычислить амплитуды колебаний масс трансмиссии, на основании полученных результатов определить напряжения в сечениях наиболее нагруженных участков трансмиссии на резонансных режимах работы.

Цель работы — снижение воздействий вредных резонансных факторов на конструкцию электробуса и повышение долговечности работы трансмиссии.

Создание эквивалентной динамической системы тягового электропривода. При расчетном методе детали тягового электропривода колесной машины разбивают на элементы простейших геометрических форм, для которых применяют известные формулы на примере приведенных в табл. 1 [3]. Кинематическая схема электропривода электробуса представлена на рис. 1.

Таблица 1

Формулы для расчета моментов инерции и коэффициентов податливостей деталей трансмиссии

| Эскиз детали | Момент инерции | Коэффициент крутильной податливости |
|---|---|---|
|  | $J = \frac{\pi \rho}{32} l (D^4 - d^4),$ <p>ρ — плотность материала</p> | $e = \frac{32}{\pi G} \frac{l}{(D^4 - d^4)},$ <p>G — модуль сдвига</p> |
|  | $J = \frac{\pi \rho l}{160} \left(\frac{D^5 - d^5}{(D - d)} - 5d_0^4 \right)$ | $e = \frac{32}{\pi G} \frac{l}{(d^4 - d_0^4)} \frac{1}{3} \left(\frac{d}{D} + \frac{d^2}{D^2} + \frac{d^3}{D^3} \right)$ |
|  | $J = \frac{\pi \rho}{32} l d_{cp}^4;$ $d_{cp} = 0,5(D + d)$ | $e = \frac{32}{\pi G} \frac{l}{d_{cp}^4}$ |

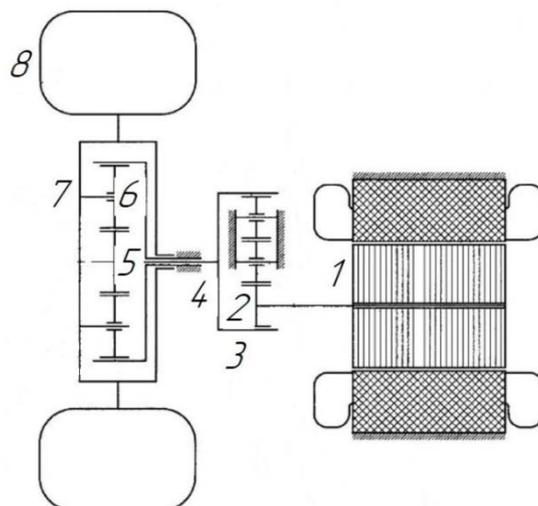


Рис. 1. Кинематическая схема тягового электропривода электробуса:

1 — ротор электродвигателя; 2 — участок входного вала с зубчатым венцом; 3 — шестерня коронная первой ступени; 4 — ступица шестерни коронной первой ступени; 5 — участок вала солнечного с зубчатым венцом; 6 — сателлиты; 7 — оси сателлитов; 8 — приведенная к валу колеса масса автомобиля

В колесных машинах, особенно имеющих компактную компоновку трансмиссии, когда коробка передач и ведущий мост расположены в непосредственной близости друг от друга или составляют единый агрегат, существенную долю общей податливости трансмиссии составляют податливости шлицевых (шпоночных) соединений и зубчатых передач, а также податливости опор на изгиб [1, 2, 4]. В расчетах учитывают коэффициент податливости между двумя соседними сосредоточенными массами. Обычно на роль сосредоточенных масс динамической системы трансмиссии выбирают детали, осевой размер которых не превышает двух диаметров. В этом случае податливость этих деталей не принимают во внимание, поскольку она существенно меньше податливости валов. Эквивалентный коэффициент податливости при объединении последовательно соединенных упругих участков равен сумме податливостей каждого участка [5–7]. При параллельном соединении коэффициент жесткости эквивалентной системы равен сумме жесткостей параллельно соединенных участков. То же самое относится к коэффициенту трения. Третью часть моментов инерции валов (распределенных масс) делят пополам и прибавляют к сосредоточенным массам на краях этих валов.

Коэффициент крутильной податливости шлицевого (шпоночного) соединения $e_{ш}$, рад/(Н · м), можно вычислить по формуле [1–3]

$$e_{ш} = \frac{k_{ш}}{d_{ш}^2 l_{ш} h_{ш} z_{ш}},$$

где $k_{ш}$ — коэффициент, зависящий от вида соединения, $k_{ш} = 6,4 \cdot 10^{-12}$ м³/Н для призматической шпонки, $k_{ш} = 13,6 \cdot 10^{-12}$ м³/Н для сегментной шпонки; $k_{ш} = 4 \cdot 10^{-12}$ м³/Н для шлицев; $d_{ш}$ — средний диаметр соединения, м; $l_{ш}$ — длина соединения, м; $h_{ш}$ — активная высота шлица (шпонки), м; $z_{шл}$ — число шлицев (шпонок).

Коэффициент крутильной податливости зубчатой передачи $e_{з.п}$, рад/(Н · м), можно вычислить по формуле [1–3]:

$$e_{з.п} = \frac{k_{з.п}}{b_{з.к} R_{з.к}^2 \cos^2 \alpha},$$

где $k_{з.п}$ — коэффициент, зависящий от вида колеса, $k_{з.п} = 6 \cdot 10^{-11}$ м²/Н для прямозубых колес, $k_{з.п} = 3,6 \cdot 10^{-11}$ м²/Н для косозубых колес, $k_{з.п} = 4,4 \cdot 10^{-11}$ м²/Н для шевронных колес; $R_{з.к}$ — радиус начальной окружности зубчатого колеса, расположенного на валу привода, м; α — угол зацепления, рад; $b_{з.к}$ — рабочая ширина зубчатого колеса, м.

Составим схему динамической системы электропривода (рис. 2). В качестве сосредоточенных масс для расчетов выберем следующие элементы: 1 — ротор электродвигателя; 2 — участок входного вала с зубчатым венцом; 3 — шестерня коронная первой ступени; 4 — ступица шестерни коронной первой ступени; 5 — участок вала солнечного с зубчатым венцом; 6–9 — сателлиты; 10–13 — оси сателлитов; 14 — приведенная к валу колеса масса автомобиля. На рис. 2 приведена исходная динамическая система без упрощений (буквой J обозначены приведенные моменты инерции элементов).

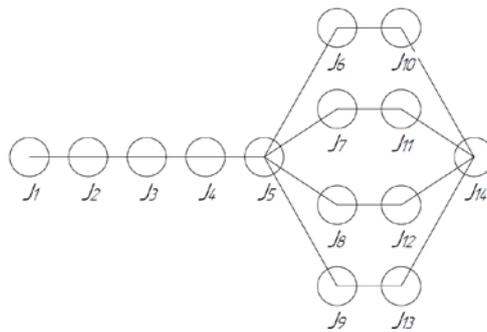


Рис. 2. Исходная динамическая система тягового электропривода

Для упрощения расчетов объединим сосредоточенные массы 6–9 и 10–13 между собой и получим эквивалентную динамическую систему, где элементы 6–9 и 10–13 станут элементами 6 и 7 соответственно. Для этого воспользуемся правилами получения эквивалентной динамической системы, описанными выше. На рис. 3 представлена эквивалентная динамическая система.

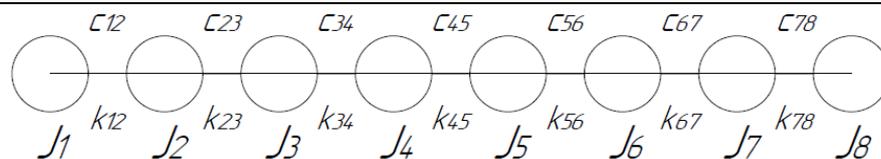


Рис. 3. Эквивалентная динамическая система электропривода:

c — коэффициент жесткости на участках трансмиссии; k — трение на участках трансмиссии

Процесс расчета собственных частот и форм колебаний системы. Исходные данные по всем участкам тягового электропривода, необходимые для расчетов, представлены в табл. 2.

Таблица 2

Исходные данные динамической системы

| Номер сосредоточенной массы | Приведенный момент инерции, кг · м ² | Участок трансмиссии | Приведенный коэффициент жесткости, Н · м/рад | Приведенный коэффициент трения, Н · м/рад |
|-----------------------------|---|---------------------|--|---|
| 1 | 1,626 | 1-2 | $2,74 \cdot 10^4$ | $1,386 \cdot 10^3$ |
| 2 | $1,987 \cdot 10^{-4}$ | 2-3 | $7,28 \cdot 10^5$ | $2,184 \cdot 10^5$ |
| 3 | $2,943 \cdot 10^{-3}$ | 3-4 | $1,013 \cdot 10^6$ | $3,04 \cdot 10^5$ |
| 4 | $7,755 \cdot 10^{-4}$ | 4-5 | $7,1 \cdot 10^3$ | 293,015 |
| 5 | $5,586 \cdot 10^{-5}$ | 5-6 | $3,983 \cdot 10^5$ | $1,195 \cdot 10^5$ |
| 6 | $2,76 \cdot 10^{-4}$ | 6-7 | $1,47 \cdot 10^4$ | $4,401 \cdot 10^3$ |
| 7 | 0,073 | 7-8 | $1,4 \cdot 10^3$ | 412,439 |
| 8 | 12,618 | | | |

Составим матрицу моментов инерции для динамической системы, а далее вычислим обратную матрицу

$$H = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_8 \end{pmatrix}.$$

Составим матрицу коэффициентов жесткости:

$$C = \begin{pmatrix} c_{1-2} & -c_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{1-2} & c_{1-2} + c_{2-3} & -c_{2-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{2-3} & c_{2-3} + c_{3-4} & -c_{3-4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{3-4} & c_{3-4} + c_{4-5} & -c_{4-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{4-5} & c_{4-5} + c_{5-6} & -c_{5-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{5-6} & c_{5-6} + c_{6-7} & c_{6-7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{6-7} & c_{6-7} + c_{7-8} & -c_{7-8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{7-8} & c_{6-7} + c_{7-8} \end{pmatrix} \cdot 10^5.$$

Для нахождения собственных значений и собственных векторов составим матрицу X и воспользуемся стандартными функциями MATHCAD [8]:

$$X := H^{-1}C.$$

Определим собственные значения матрицы X , корнями которой будут собственные частоты рассматриваемой системы, выраженные в радианах в секунду:

$$\lambda := \text{eigenvals}(X);$$

$$\omega := \sqrt{\lambda}.$$

Были получены следующие значения собственных частот системы, рад/с: 23,255; 36,281; 274, 468; 2 815; 8 143; 40 320; 63 830; 93 210.

Вычислим значения собственных векторов матрицы X :

$$\chi = \begin{pmatrix} -7,793 \cdot 10^{-11} & 4,122 \cdot 10^{-6} & -3,756 \cdot 10^{-6} & 5,748 \cdot 10^{-6} & -1,149 \cdot 10^{-3} & 0,024 & 0,414 & -0,416 \\ 4,018 \cdot 10^{-5} & -0,997 & 0,362 & -0,023 & 0,539 & -0,082 & 0,4 & -0,384 \\ -5,359 \cdot 10^{-5} & 0,074 & 0,215 & -0,023 & 0,559 & -0,086 & 0,4 & -0,382 \\ 1,232 \cdot 10^{-3} & -0,035 & -0,907 & -0,019 & 0,559 & -0,089 & 0,4 & -0,381 \\ -0,98 & -6,252 \cdot 10^{-4} & -1,355 \cdot 10^{-3} & 0,703 & 0,208 & -0,493 & 0,348 & -0,256 \\ 0,197 & 3,5 \cdot 10^{-4} & 0,015 & 0,71 & 0,202 & -0,5 & 0,348 & -0,254 \\ -4,552 \cdot 10^{-6} & -1,726 \cdot 10^{-8} & -1,875 \cdot 10^{-6} & -2,159 \cdot 10^{-3} & -5,264 \cdot 10^{-3} & -0,696 & 0,323 & -0,193 \\ 5,708 \cdot 10^{-14} & 0 & 1,257 \cdot 10^{-13} & 3,548 \cdot 10^{-9} & 7,239 \cdot 10^{-8} & 1,023 \cdot 10^{-3} & 0,048 & 0,47 \end{pmatrix}.$$

Столбцы матрицы χ являются собственными векторами матрицы X , соответствующими собственным значениям, содержащимся в векторе λ в порядке их расположения [8].

Выделим собственные векторы, которые являются формами колебаний динамической системы, соответствующими пяти нижшим собственным частотам колебаний, разделим каждый вектор на отклонение первой массы нашей динамической системы [8].

Определение амплитуд гармонических составляющих крутящего момента электродвигателя. Основным источником силового воздействия на колесную машину является двигатель внутреннего сгорания. В случае электродвигателя

Анализ опасных резонансных режимов работы тягового электропривода...

это воздействие ощутимо меньше, именно поэтому можно соединять электродвигатель напрямую с трансмиссией жесткой связью.

Основное допущение, принимаемое при расчетах: форма вынужденных колебаний трансмиссии совпадает с формой свободных колебаний. Это вполне оправдано ввиду того, что рассматривается именно резонансный режим, т. е. режим совпадения частот вынужденных колебаний с частотами свободных [9].

Формула для расчета работы возмущающего момента при резонансе [9] имеет вид

$$W_{\text{рез}} = \pi T_v A_{\text{рез}}, \quad (*)$$

где T_v — амплитуда v -й гармонической составляющей возмущающего момента; $A_{\text{рез}}$ — ее амплитуда колебаний при резонансе.

При изменении угловой скорости ротора электродвигателя круговая частота v -й гармоники возмущающего крутящего момента также будет изменяться и при некотором скоростном режиме может наступить резонанс, когда эта частота $\omega_{\text{возм}} = v\omega_{\text{дв}}$ станет равной одной из собственных частот $\omega_c = \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ динамической системы трансмиссии.

В табл. 3 представлены угловые скорости вала электродвигателя на возможных резонансных режимах работы на 6-й и 12-й гармониках (эти гармоники мы выбираем по причине наибольшей пульсации крутящего момента на них).

Таблица 3

**Угловые скорости вращения электродвигателя
при резонансе, рад/с**

| Номер гармоники | ω_c | $\omega_{\text{дв}}$ |
|-----------------|------------|----------------------|
| 6 | 23,255 | 3,876 |
| | 36,281 | 6,047 |
| | 274,468 | 45,745 |
| | 2 815 | 469,167 |
| 12 | 23,255 | 1,938 |
| | 36,281 | 3,023 |
| | 274,468 | 22,872 |
| | 2 815 | 234,583 |
| | 8 143 | 678,583 |

Таким образом, мы получили угловые скорости ротора на возможных резонансных режимах работы. При круговой частоте 3,876 рад/с возмущающего крутящего момента на 6-й гармонике резонанс в системе наступит при 23,255 рад/с.

Далее для расчетов необходимы значения пульсации крутящего момента на полученных нами частотах. Эти значения были взяты из графической характеристики электродвигателя.

В табл. 4 представлены значения амплитуд пульсации крутящего момента для частот 6-й и 12-й гармоник соответственно.

Таблица 4

**Значения амплитуд пульсации крутящего момента
при резонансной частоте**

| Номер гармоники | $\omega_{дв}$, рад/с | T_v , Н · м |
|-----------------|-----------------------|---------------|
| 6 | 3,876 | 10,44 |
| | 6,047 | 10,468 |
| | 45,745 | 10,46 |
| | 469,167 | 5,7238 |
| 12 | 1,938 | 8,38 |
| | 3,023 | 8,395 |
| | 22,872 | 8,395 |
| | 234,583 | 8,375 |
| | 678,583 | 9,18 |

Подставив значения амплитуд пульсации крутящего момента из табл. 4 в формулу (*), получим работу возмущающего крутящего момента, который необходим для получения амплитуды колебаний из уравнения мощностного баланса.

Работа возмущающего крутящего момента в соответствии с собственными и гармоническими частотами представлена в табл. 5.

Таблица 5

**Работа возмущающего крутящего момента в соответствии
с собственными и гармоническими частотами**

| Номер гармоники | ω_c , рад/с | $\omega_{дв}$, рад/с | $W_{возм}$, Дж |
|-----------------|--------------------|-----------------------|------------------|
| 6 | 23,255 | 3,876 | $32,798A_{1рез}$ |
| | 36,281 | 6,047 | $32,886A_{1рез}$ |
| | 274,468 | 45,745 | $32,861A_{1рез}$ |
| | 2 815 | 469,167 | $17,982A_{1рез}$ |
| 12 | 23,255 | 1,938 | $26,327A_{1рез}$ |
| | 36,281 | 3,023 | $26,374A_{1рез}$ |
| | 274,468 | 22,872 | $26,374A_{1рез}$ |
| | 2 815 | 234,583 | $26,311A_{1рез}$ |
| | 8 143 | 678,583 | $28,84A_{1рез}$ |

Определение амплитуд крутящих моментов на различных участках трансмиссии при резонансных режимах работы. В трансмиссии основным является трение, пропорциональное относительным перемещениям двух соседних масс и обусловленное наличием шлицев, шпонок, зубчатых колес. Поэтому работу сил трения в трансмиссии можно записать формулой [9]:

$$W_{\text{тр}} = -2A_{\text{рез}}^2 \sum_{r-l} k_{r-l} (\chi_r - \chi_l)^2,$$

где k_{r-l} — коэффициент трения на участке трансмиссии между массами r и l ; χ_r, χ_l — соответствующие коэффициенты собственной формы колебаний динамической системы трансмиссии при частоте свободных колебаний $\omega_c = v\omega_{\text{дв}}$.

Если участок между массами r и l состоит из n последовательно соединенных участков, например, зубчатого зацепления, гладкого вала, шлицев и т.д., то [9]

$$k_{(r-l)} = \sum_{j=1}^n k_j (e_j / e_{(r-l)})^2,$$

где k_j, e_j — соответственно коэффициент трения и податливость на j -м участке; $k_j = \psi_j / (4e_j)$; ψ_j — коэффициент относительного рассеяния энергии на j -м участке.

Можно принять $\psi_j = 1, 2$ для зубчатого зацепления, шлицев и шпонок и 0 — для гладкого либо ступенчатого валов. В результате имеем формулу [9]

$$k_{(r-l)} = \frac{1}{4e_{(r-l)}^2} \sum_{(j=1)}^n \psi_j e_j = 0,25c_{(r-l)}^2 \sum_{j=1}^n \frac{\psi_j}{c_j}.$$

Работа сил трения приведены в табл. 6.

Таблица 6

Работа сил трения в трансмиссии при рассматриваемых собственных частотах

| ω_c , рад / с | $W_{\text{тр}}$, Дж |
|----------------------|---|
| 23,255 | $-408,663 \cdot A_{\text{рез}}$ |
| 36,281 | $-2,366 \cdot 10^3 \cdot A_{\text{рез}}$ |
| 274,468 | $-1,541 \cdot 10^6 \cdot A_{\text{рез}}$ |
| 2815 | $-1,084 \cdot 10^9 \cdot A_{\text{рез}}$ |
| 8143 | $-1,449 \cdot 10^{14} \cdot A_{\text{рез}}$ |

Уравнение энергетического баланса будет иметь следующий вид:

$$W_{\text{рез}}^{\text{max}} + W_{\text{тр}} = 0,$$

где $W_{\text{рез}}^{\text{max}}$ — работа возмущающего крутящего момента при резонансе; $W_{\text{тр}}$ — работа сил трения в тяговом электроприводе.

Отсюда амплитуда первой массы при резонансе будет определяться по формуле

$$A_{1\text{рез}} = \frac{\pi T_i \nu}{2 \sum_{r=l}^{r-1} k_{r-l} (\chi_r - \chi_l)^2},$$

Амплитуды первой массы при резонансе представлены в табл. 7.

Таблица 7

Амплитуды первой массы при резонансе

| ν | ω_c , рад/с | $\omega_{\text{дв}}$, рад/с | $A_{1\text{рез}}$, рад |
|-------|--------------------|------------------------------|-------------------------|
| 6 | 23,255 | 3,876 | 0,080 |
| | 36,281 | 6,047 | 0,014 |
| | 274,468 | 45,745 | $2,132 \cdot 10^{-5}$ |
| | 2815 | 469,167 | $1,659 \cdot 10^{-8}$ |
| 12 | 23,255 | 1,938 | 0,064 |
| | 36,281 | 3,023 | 0,011 |
| | 274,468 | 22,872 | $1,711 \cdot 10^{-5}$ |
| | 2815 | 234,583 | $2,428 \cdot 10^{-8}$ |
| | 8143 | 678,583 | $1,99 \cdot 10^{-13}$ |

Наибольшую опасность представляет резонансная амплитуда первой массы при первой частоте на 6-ой гармонике. Поэтому дальше расчеты делаются с учетом только этой амплитуды.

Зная амплитуду колебаний первой массы при резонансе с круговой частотой $\omega_c = \nu \omega_{\text{дв}}$, можно по форме свободных колебаний для этой частоты определить амплитуду колебаний любой другой массы по формуле [9]:

$$A_{\text{рез}} = A_{1\text{рез}} \chi,$$

где $A_{1\text{рез}}$ — амплитуда первой массы при резонансе; χ — форма колебаний сосредоточенных массы тягового электропривода.

Амплитуды колебаний трансмиссии при резонансе представлены в табл. 8.

Амплитуды колебаний трансмиссии при резонансе

| Индекс сосредоточенной массы | Коэффициент формы χ_l при $\omega_c = 23,255$ рад / с | Амплитуда колебаний элементов трансмиссии при резонансе на шестой гармонике, $A_{рез}$, рад |
|------------------------------|--|--|
| 1 | 0,999 | 0,09 |
| 2 | 0,967 | 0,078 |
| 3 | 0,966 | 0,078 |
| 4 | 0,965 | 0,077 |
| 5 | 0,842 | 0,068 |
| 6 | 0,840 | 0,067 |
| 7 | 0,779 | 0,063 |
| 8 | 0,116 | $9,328 \cdot 10^{-3}$ |

Амплитуду колебаний крутящего момента на любом участке динамической системы определяют по формуле [9]

$$T_{r-l} = A_{Iрез} (\chi_r - \chi_l)(c_{r-l} + k_{r-l}).$$

Умножая T_{r-l} на передаточное число трансмиссии от вала ДВС до рассматриваемого участка, получаем реально действующую амплитуду крутящего момента на этом участке при резонансе [9].

Приведенные и реально действующие амплитуды крутящего момента на различных участках трансмиссии представлены в табл. 9.

Таблица 9

Приведенные и реально действующие амплитуды крутящего момента на различных участках трансмиссии на шестой гармонике

| Участок трансмиссии | Приведенные амплитуды крутящего момента $T_{r-лпр}$, Н·м | Реально действующие амплитуды крутящего момента T_{r-l} , Н·м |
|---------------------|---|---|
| 1-2 | 3,569 | 3,569 |
| 2-3 | 21,163 | 21,163 |
| 3-4 | 21,209 | 80,381 |
| 4-5 | 2,907 | 11,016 |
| 5-6 | 21,213 | 80,399 |
| 6-7 | 21,219 | 393,114 |
| 7-8 | 21,954 | 406,795 |

Далее определяем момент сопротивления сечения вала либо по участкам с наименьшим диаметром, чтобы найти участки, которые могут разрушиться в момент резонанса, либо по участкам, на которых мы хотим узнать напряжения для дальнейших прочностных расчетов.

Чтобы получить напряжения в сечениях, надо реально действующую амплитуду крутящего момента поделить на момент сопротивления сечения вала на кручение или изгиб, в зависимости от участка. Расчет производим по формуле:

$$\tau = \frac{T}{W \cdot 10^6},$$

где T — амплитуда пульсации крутящего момента; W — момент сопротивления сечения вала.

Напряжения на различных участках трансмиссии представлены в табл. 10.

Таблица 10

Напряжения на различных участках трансмиссии

| Участок трансмиссии | Диаметр вала d , м | Момент сопротивления сечения вала W , м ³ | Напряжения τ_{i-j} , МПа, на шестой гармонике |
|---------------------|----------------------|--|--|
| 1–2 | 0,293 | $4,939 \cdot 10^{-6}$ | 0,723 |
| 2–3 | 0,045 | $1,789 \cdot 10^{-5}$ | 1,183 |
| 3–4 | 0,168 | $9,31 \cdot 10^{-4}$ | 0,363 |
| 4–5 | 0,042 | $1,455 \cdot 10^{-5}$ | 0,757 |
| 5–6 | 0,063 | $4,91 \cdot 10^{-5}$ | 1,638 |
| 6–7 | 0,045 | $1,789 \cdot 10^{-5}$ | 10,986 |

Таким образом, мы можем сделать вывод, что наибольшее напряжение в сечении будет находиться на участке 6–7. Это участок, где нагрузку воспринимает водило, а именно оси сателлитов. Однако напряжения на нем далеки от критичных. Далее нужно сверить полученные значения с предельными характеристиками материала, чтобы иметь понимание, будет ли изделие функционировать. Материал водила — чугун марки ВЧ-50 по ГОСТ 7293–85.

Определим значение напряжения от максимального крутящего момента на участке 6–7, на котором расположены сателлиты. С учетом максимального значения крутящего момента $520 \text{ Н} \cdot \text{м}$, проходящего на этот участок, имеем

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_{\text{сат}} \cdot 10^6} = 269,251 \text{ МПа.}$$

Максимальное значение напряжения на участке будет равно сумме напряжения от максимального крутящего момента и напряжения, возникающего из-за пульсации крутящего момента. Это напряжение равно 280,237 МПа и оно не является предельным для данного материала, из которого он изготовлен. Для ВЧ-50 также известны следующие значения: 500 МПа — предел кратковременной прочности, 320 МПа — условный предел текучести.

Выводы.

1. Предложен алгоритм расчета режимов работы тягового электропривода, с последующим выявлением опасных режимов его работы.

2. Методами математического моделирования установлено, что значения напряжений достаточно малы, чтобы вызвать разрушения в системе трансмиссии, ввиду малости амплитуд пульсации крутящего момента тягового электродвигателя. Максимальное напряжение будет возникать на осях сателлитов (участок 6–7) и равно 280,237 МПа, оно не является предельным для данного материала, из которого он изготовлен, потому что для этого материала предел кратковременной прочности 500 МПа, условный предел текучести — 320 МПа.

Литература

- [1] Полунгян А.А., Фоминых А.Б., Староверов Н.Н. Динамика колесных машин. Ч. 1. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013.
- [2] Гришкевич А.И. Проектирование трансмиссий автомобилей. М., Машиностроение, 1984.
- [3] Полунгян А.А., ред. Проектирование полноприводных колесных машин. Т. 1, 2. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008.
- [4] Цитович И.С., ред. Динамика трансмиссии автомобиля и трактора. Минск, Наука и техника, 1986.
- [5] Цитович И.С., Митин Б.Е., Дзюнь В.А. и др. Надежность трансмиссий автомобилей и тракторов. Минск, Наука и техника, 1985.
- [6] Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М., Машиностроение, 1985.
- [7] Лихачёв Д.С. Особенности вибронгруженности и пути снижения крутильных колебаний в трансмиссии автомобиля с комбинированной энергоустановкой. Дисс. канд. тех. наук. М., НАМИ, 2017.
- [8] Фоминых А.Б., Чичекин И.В., Я.Ю. Левенков. Расчет собственных частот и форм колебаний динамических систем трансмиссий. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021.
- [9] Полунгян А.А., ред. Динамика колесных машин. Ч. 2. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013.

Дудов Константин Владимирович — студент кафедры «Колесные машины», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Фоминых Александр Борисович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Колесные машины», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Климов Александр Владимирович, кандидат технических наук, руководитель службы электрифицированных автомобилей ООО «Инновационный центр КАМАЗ», Москва, Российская Федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Дудов К.В. Анализ опасных резонансных режимов работы тягового электропривода городского электробуса. *Политехнический молодежный журнал*, 2022, № 07(72).

<http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2022-07-810>

ANALYSIS OF DANGEROUS RESONANT MODES OF THE TRACTION ELECTRIC DRIVE OF AN URBAN ELECTRIC BUS

K.V. Dudov

DudovKV@kamaz.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The dangerous resonance modes of urban electric bus traction drive during its operation are considered, and a detailed method of urban electric bus dynamic system calculation is presented. The natural frequencies and vibration shapes of the vehicle dynamic system are calculated. The most dangerous frequencies and amplitudes of system oscillations at resonance modes as well as tension, appearing in the elements of traction electric drive, are determined. It is concluded that the values of stresses in the traction electric drive are small enough and are not able to cause the destruction in the system of transmission, as the amplitude pulsation of the torque of traction motor is small. The calculation method outlined in this article can be applied to the analysis of dynamic systems of electric traction vehicles.

Keywords

Urban transport, city bus, electric bus, individual traction drive, electric motor, transmission, harmonic analysis, vibration amplitude

Received 10.06.2022

© Bauman Moscow State Technical University, 2022

References

- [1] Polungyan A.A., Fominykh A.B., Staroverov N.N. Dinamika kolesnykh mashin. Ch. 1 [Dynamics of wheeled vehicles. P. 1]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2013 (in Russ.).
- [2] Grishkevich A.I. Proektirovanie transmissiy avtomobiley [Design of vehicle transmission]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984 (in Russ.).
- [3] Polungyan A.A., ed. Proektirovanie polnoprivodnykh kolesnykh mashin. T. 1, 2 [Design of four-wheel drive wheeled vehicles. Vol. 1, 2]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2008 (in Russ.).
- [4] Tsitovich I.S., ed. Dinamika transmissii avtomobilya i traktora [Dynamics of vehicle and tractor transmission]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1986 (in Russ.).
- [5] Tsitovich I.S., Mitin B.E., Dzyun V.A. et al. Nadezhnost transmissiy avtomobiley i traktorov [Reliability of vehicles and tractors]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1985 (in Russ.).
- [6] Weaver W., Timoshenko S.P., Young D.H. Vibration problems in engineering. Wiley, 1991. (Russ. ed.: Kolebaniya v inzhenernom dele. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985.)
- [7] Likhachev D.S. Osobennosti vibronagruzhennosti i puti snizheniya krutilnykh kolebaniy v transmissii avtomobilya s kombinirovannoy energoustanovkoy. Diss. kand. tekhn. nauk [Special aspects of vibroloading and methods for reducing torsion oscillations in a vehicle transmission with combined power plant. Kand. tech. sci. diss.]. Moscow, NAMI Publ., 2017 (in Russ.).
- [8] Fominykh A.B., Chichekin I.V., Levenkov Ya.Yu. Raschet sobstvennykh chastot i form kolebaniy dinamicheskikh sistem transmissiy [Calculation of oscillations intrinsic fre-

quencies and forms of dynamic transmission system]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2021 (in Russ.).

- [9] Polungyan A.A., ed. Dinamika kolesnykh mashin. Ch. 2 [Dynamics of wheeled vehicles. P. 2]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2013 (in Russ.).

Dudov K.V. — Student, Department of Wheeled Machines, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Fominykh A.B., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Wheeled Machines, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — Klimov A.V., Cand. Sc. (Eng.), Head of the Service of Electrified Vehicles at KAMAZ Innovation Center LLC, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:

Dudov K.V. Analysis of dangerous resonant modes of the traction electric drive of an urban electric bus. *Politekhnichestkiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2022, no. 07(72). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2022-07-810.html> (in Russ.).