

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНО-КВАДРАТИЧНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПОДВЕСКОЙ АВТОМОБИЛЯ

А.Д. Овсянников

andmit8@mail.ru

SPIN-код: 7959-0214

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Использование системы активного управления подвеской позволяет значительно изменить динамику вертикального движения транспортного средства и удовлетворить регулярно повышающиеся требования к безопасности и комфорту. В работе выведены дифференциальные уравнения, описывающие вертикальное движение автомобиля. Выбран квадратичный функционал, отражающий требования к системе. На основе модели движения отдельного колеса разработан оптимальный регулятор, минимизирующий выбранный функционал, и выбраны параметры регулятора, обеспечивающие необходимую реакцию системы на внешние входные воздействия. Исследована возможность применения полученного регулятора в усложненной модели, описывающей движение четырехколесного автомобиля с учетом крена и тангажа.

Ключевые слова

Система управления, регулятор, оптимальное управление, квадратичный функционал, подвеска, автомобиль, транспортное средство, математическая модель

Поступила в редакцию 03.09.2021

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021

Введение. В настоящее время к автомобилям предъявляются высокие требования по безопасности, управляемости и комфорту пассажиров во время движения. Эти характеристики в большой степени зависят от подвески автомобиля [1–3], представляющей собой устройство, связывающее кузов автомобиля с его колесами. Подвеска способна значительно влиять на динамику вертикального движения транспортного средства [4], которая и определяет ощущения водителя и пассажиров во время поездки.

Классическая подвеска содержит в себе только пассивные компоненты — пружины (или другие упругие элементы) и амортизаторы, благодаря которым обеспечивается более или менее мягкая реакция при наезде на препятствия [5]. В последнее время все большее распространение получают активные подвески, которые помимо пассивных элементов содержат линейный двигатель (актуатор), генерирующий управляющее воздействие (силу) по определенному закону [6]. Применение такой конструкции позволяет добиться лучших результатов, чем при использовании полностью пассивной подвески [7].

Объектом этого исследования является автомобильная подвеска, его целью — разработка квадратично-оптимального регулятора на основе математической модели движения отдельного колеса и исследование возможности использования полученного регулятора в полной модели четырехколесного автомобиля.

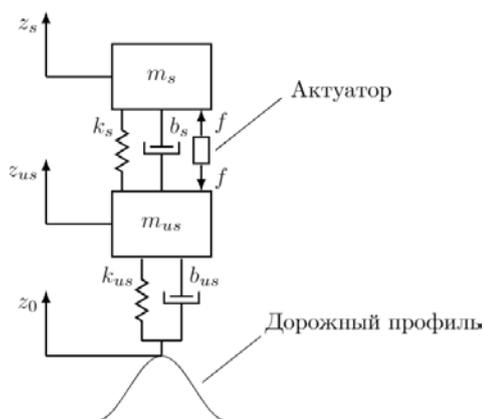


Рис. 1. Модель вертикального движения колеса

Модель вертикального движения отдельного колеса. При рассмотрении вертикального движения легкового автомобиля иногда считается допустимым пренебречь влиянием углов крена и тангажа на динамику системы. В таком случае вертикальное движение всего автомобиля описывается так же, как движение отдельного колеса (рис. 1).

В данной модели предполагается, что линейный привод (элемент активной подвески), действующий на поддресоренную и неподдресоренную массы с силой f соединен параллельно с

пружиной с жесткостью k_s и амортизатором с демпфированием b_s . Система обладает двумя степенями свободы благодаря наличию поддресоренной массы m_s и неподдресоренной массы m_{us} (которая включает в себя массу шин, дисков, элементов тормозной системы и других частей автомобиля, не поддерживаемых подвеской). Шины обладают жесткостью k_{us} и демпфированием b_{us} ; z_0, z_{us}, z_s — высоты дорожного профиля, неподдресоренной и поддресоренной масс соответственно. При этом считается, что транспортное средство движется без проскальзывания, а колесо находится в контакте с дорожным покрытием в каждый момент времени.

Записывая второй закон Ньютона для каждой массы, получим, что система описывается двумя дифференциальными уравнениями второго порядка:

$$m_s \ddot{z}_s + b_s (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) + k_s (z_s - z_{us}) = f; \tag{1}$$

$$m_{us} \ddot{z}_{us} + b_s (\dot{z}_{us} - \dot{z}_s) + k_s (z_{us} - z_s) + b_{us} (\dot{z}_{us} - \dot{z}_0) + k_{us} (z_{us} - z_0) = -f. \tag{2}$$

Используя уравнения (1), (2), можно описать систему в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{us}}{m_{us}} & -\frac{(b_{us} + b_s)}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & \frac{b_s}{m_{us}} \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{b_s}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_{us}} \\ 0 \\ \frac{1}{m_s} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{b_{us}}{m_{us}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{z}_0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + Bu + Wg. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь управляющий сигнал $u = f$, внешнее возмущение представляется в виде скорости изменения высоты дорожного профиля \dot{z}_0 , а переменные состояния выбраны следующим образом:

- $x_1 = z_{us} - z_0$ — деформация шин;
- $x_2 = \dot{z}_{us}$ — скорость неподрессоренной массы;
- $x_3 = z_s - z_{us}$ — ход подвески;
- $x_4 = \dot{z}_s$ — скорость поддрессоренной массы.

При отсутствии управляющей силы f уравнение (3) описывает вертикальное движение автомобиля с пассивной подвеской.

Модель движения автомобиля. Модель автомобиля, в которой учтено влияние крена и тангажа на динамику вертикального движения, изображена на рис. 2.

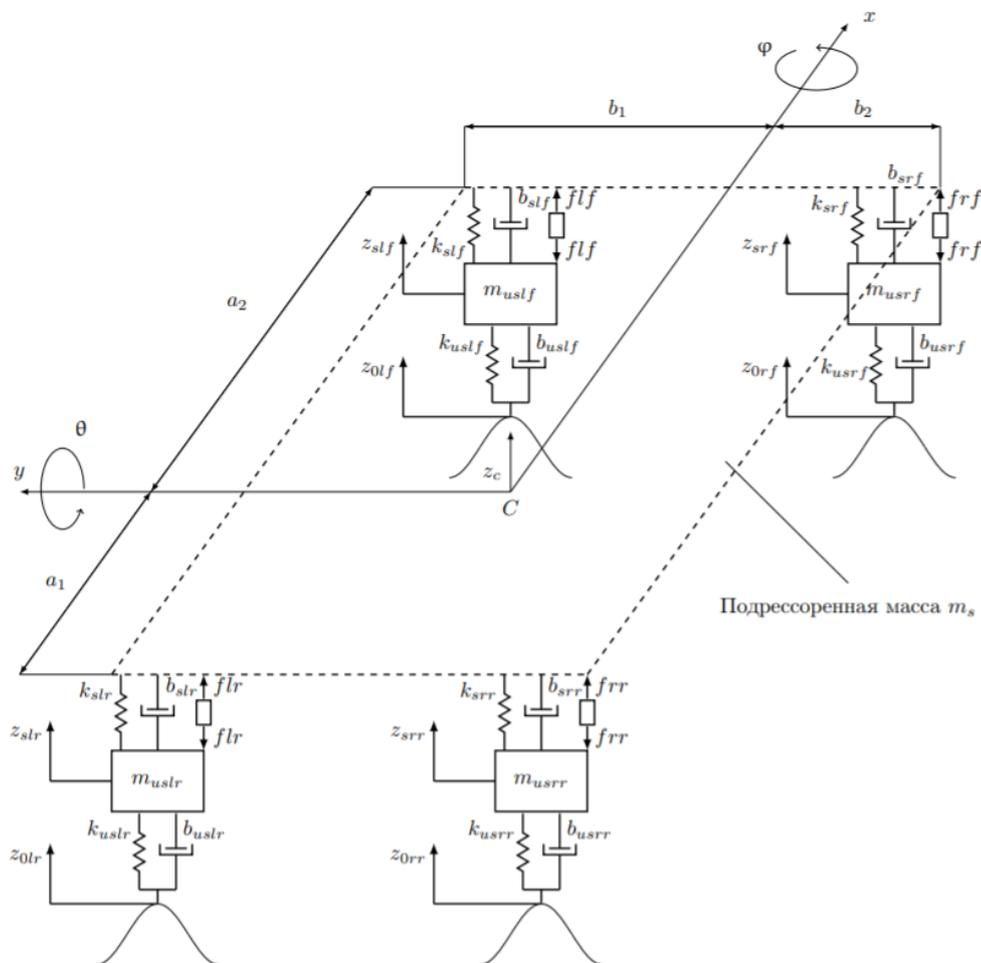


Рис. 2. Уточненная модель подвески автомобиля

Точкой C обозначен центр масс автомобиля, θ и φ — углы тангажа и крена соответственно. Как и в предыдущей модели, линейный привод на каждом ко-

лесе устанавливается параллельно элементам пассивной подвески — пружине и амортизатору. Индексы rr , lr , rf , lf указывают на принадлежность колесу (rr — правое заднее, lr — левое заднее, rf — правое переднее, lf — левое переднее). Для каждого из колес можно составить уравнение движения в соответствии со вторым законом Ньютона:

$$m_{usrr}\ddot{z}_{usrr} = k_{srr}(z_{srr} - z_{usrr}) + b_{srr}(\dot{z}_{srr} - \dot{z}_{usrr}) - f_{rr} - k_{usrr}(z_{usrr} - z_{0rr}) - b_{usrr}(\dot{z}_{usrr} - \dot{z}_{0rr}); \quad (4)$$

$$m_{uslr}\ddot{z}_{uslr} = k_{srr}(z_{slr} - z_{uslr}) + b_{slr}(\dot{z}_{slr} - \dot{z}_{uslr}) - f_{lr} - k_{uslr}(z_{uslr} - z_{0lr}) - b_{uslr}(\dot{z}_{uslr} - \dot{z}_{0lr}); \quad (5)$$

$$m_{usrf}\ddot{z}_{usrf} = k_{srf}(z_{srf} - z_{usrf}) + b_{srf}(\dot{z}_{srf} - \dot{z}_{usrf}) - f_{rf} - k_{usrf}(z_{usrf} - z_{0rf}) - b_{usrf}(\dot{z}_{usrf} - \dot{z}_{0rf}); \quad (6)$$

$$m_{uslf}\ddot{z}_{uslf} = k_{slf}(z_{slf} - z_{uslf}) + b_{slf}(\dot{z}_{slf} - \dot{z}_{uslf}) - f_{lf} - k_{uslf}(z_{uslf} - z_{0lf}) - b_{uslf}(\dot{z}_{uslf} - \dot{z}_{0lf}). \quad (7)$$

Аналогично записывается уравнение вертикального движения центра масс автомобиля:

$$m_s\ddot{z}_c = -k_{srr}(z_{srr} - z_{usrr}) - b_{srr}(\dot{z}_{srr} - \dot{z}_{usrr}) - k_{srr}(z_{slr} - z_{uslr}) - b_{slr}(\dot{z}_{slr} - \dot{z}_{uslr}) - k_{srf}(z_{srf} - z_{usrf}) - b_{srf}(\dot{z}_{srf} - \dot{z}_{usrf}) - k_{slf}(z_{slf} - z_{uslf}) - b_{slf}(\dot{z}_{slf} - \dot{z}_{uslf}) + f_{rr} + f_{lr} + f_{rf} + f_{lf}. \quad (8)$$

Еще два уравнения, описывающие динамику вращательного движения относительно осей x и y , получаются из теоремы об изменении кинетического момента:

$$J_x\ddot{\varphi} = \left[\left(-k_{srf}(z_{srf} - z_{usrf}) - b_{srf}(\dot{z}_{srf} - \dot{z}_{usrf}) + f_{rf} \right) b_2 + \left(-k_{srr}(z_{srr} - z_{usrr}) - b_{srr}(\dot{z}_{srr} - \dot{z}_{usrr}) + f_{rr} \right) b_2 - \left(-k_{slf}(z_{slf} - z_{uslf}) - b_{slf}(\dot{z}_{slf} - \dot{z}_{uslf}) + f_{lf} \right) b_1 - \left(-k_{slr}(z_{slr} - z_{uslr}) - b_{slr}(\dot{z}_{slr} - \dot{z}_{uslr}) + f_{lr} \right) b_1 \right] \cos\theta; \quad (9)$$

$$J_y\ddot{\theta} = \left[\left(-k_{srf}(z_{srf} - z_{usrf}) - b_{srf}(\dot{z}_{srf} - \dot{z}_{usrf}) + f_{rf} \right) a_2 - \left(-k_{srr}(z_{srr} - z_{usrr}) - b_{srr}(\dot{z}_{srr} - \dot{z}_{usrr}) + f_{rr} \right) a_1 + \left(-k_{slf}(z_{slf} - z_{uslf}) - b_{slf}(\dot{z}_{slf} - \dot{z}_{uslf}) + f_{lf} \right) a_2 - \left(-k_{slr}(z_{slr} - z_{uslr}) - b_{slr}(\dot{z}_{slr} - \dot{z}_{uslr}) + f_{lr} \right) a_1 \right] \cos\varphi. \quad (10)$$

Полученные семь уравнений (4)–(10) содержат 11 переменных: z_{srr} , z_{srf} , z_{slr} , z_{slf} , z_{usrr} , z_{usrf} , z_{uslr} , z_{uslf} , z_c , θ , φ . От лишних переменных можно избавиться, используя следующие геометрические соотношения:

$$z_{srr} = b_2 \sin\varphi - a_1 \sin\theta + z_c; \quad (11)$$

$$z_{slr} = -b_1 \sin\varphi - a_1 \sin\theta + z_c; \quad (12)$$

$$z_{srf} = b_2 \sin\varphi + a_2 \sin\theta + z_c; \quad (13)$$

$$z_{slf} = -b_1 \sin\varphi + a_2 \sin\theta + z_c. \quad (14)$$

Подстановка (11)–(14) в (4)–(10) приводит к получению семи дифференциальных уравнений 2-го порядка с семью переменными:

$$m_{usrr}\ddot{z}_{usrr} = k_{srr}(b_2 \sin \varphi - a_1 \sin \theta + z_c - z_{usrr}) + b_{srr}(b_2 \dot{\varphi} \cos \varphi - a_1 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{usrr}) - f_{rr} - k_{usrr}(z_{usrr} - z_{0rr}) - b_{usrr}(\dot{z}_{usrr} - \dot{z}_{0rr}); \quad (15)$$

$$m_{uslr}\ddot{z}_{uslr} = k_{srr}(-b_1 \sin \varphi - a_1 \sin \theta + z_c - z_{uslr}) + b_{slr}(-b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - a_1 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{uslr}) - f_{lr} - k_{uslr}(z_{uslr} - z_{0lr}) - b_{uslr}(\dot{z}_{uslr} - \dot{z}_{0lr}); \quad (16)$$

$$m_{usrf}\ddot{z}_{usrf} = k_{srf}(b_2 \sin \varphi + a_2 \sin \theta + z_c - z_{usrf}) + b_{srf}(b_2 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{usrf}) - f_{rf} - k_{usrf}(z_{usrf} - z_{0rf}) - b_{usrf}(\dot{z}_{usrf} - \dot{z}_{0rf}); \quad (17)$$

$$m_{uslf}\ddot{z}_{uslf} = k_{slf}(-b_1 \sin \varphi + a_2 \sin \theta + z_c - z_{uslf}) + b_{slf}(-b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{uslf}) - f_{lf} - k_{uslf}(z_{uslf} - z_{0lf}) - b_{uslf}(\dot{z}_{uslf} - \dot{z}_{0lf}); \quad (18)$$

$$m_s \ddot{z}_c = -k_{srr}(b_2 \sin \varphi - a_1 \sin \theta + z_c - z_{usrr}) - b_{srr}(b_2 \dot{\varphi} \cos \varphi - a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{usrr}) - k_{slr}(-b_1 \sin \varphi - a_1 \sin \theta + z_c - z_{uslr}) - b_{srr}(-b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - a_1 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{uslr}) - k_{srf}(b_2 \sin \varphi + a_2 \sin \theta + z_c - z_{usrf}) - b_{srf}(b_2 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{usrf}) - k_{slf}(-b_1 \sin \varphi + a_2 \sin \theta + z_c - z_{uslf}) - b_{slf}(-b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{uslf}) + f_{rr} + f_{lr} + f_{lf} + f_{rf}; \quad (19)$$

$$J_x \ddot{\varphi} = \left[\begin{aligned} & \left(-k_{srf}(b_2 \sin \varphi + a_2 \sin \theta + z_c - z_{usrf}) - b_{srf}(b_2 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{usrf}) + f_{rf} \right) b_2 + \\ & \left(-k_{srr}(b_2 \sin \varphi - a_1 \sin \theta + z_c - z_{usrr}) - b_{srr}(b_2 \dot{\varphi} \cos \varphi - a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{usrr}) + f_{rr} \right) b_2 - \\ & \left(-k_{slf}(-b_1 \sin \varphi + a_2 \sin \theta + z_c - z_{uslf}) - b_{slf}(-b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{uslf}) + f_{lf} \right) b_1 - \\ & \left(-k_{slr}(-b_1 \sin \varphi - a_1 \sin \theta + z_c - z_{uslr}) - b_{slr}(-b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - a_1 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{uslr}) + f_{lr} \right) b_1 \end{aligned} \right] \cos \theta; \quad (20)$$

$$J_y \ddot{\theta} = \left[\begin{aligned} & \left(-k_{srf}(b_2 \sin \varphi + a_2 \sin \theta + z_c - z_{usrf}) - b_{srf}(b_2 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{usrf}) + f_{rf} \right) a_2 - \\ & \left(-k_{srr}(b_2 \sin \varphi - a_1 \sin \theta + z_c - z_{usrr}) - b_{srr}(b_2 \dot{\varphi} \cos \varphi - a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{usrr}) + f_{rr} \right) a_1 + \\ & \left(-k_{slf}(-b_1 \sin \varphi + a_2 \sin \theta + z_c - z_{uslf}) - b_{slf}(-b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{uslf}) + f_{lf} \right) a_2 - \\ & \left(-k_{slr}(-b_1 \sin \varphi - a_1 \sin \theta + z_c - z_{uslr}) - b_{slr}(-b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - a_1 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{z}_c - \dot{z}_{uslr}) + f_{lr} \right) a_1 \end{aligned} \right] \cos \varphi. \quad (21)$$

Уравнения (15) – (21) полностью описывают динамику системы, изображенной на рис. 2.

Разработка оптимального регулятора. Рассмотрим синтез квадратично-оптимального регулятора [8] для упрощенной модели, описываемой уравнением (3). Предполагается, что все переменные состояния доступны для измерения.

Как правило, при проектировании подвески ставят следующие задачи:

1) достижение наибольшего комфорта для пассажиров во время движения (в работе [9] показано, что вертикальное ускорение поддресоренной массы может считаться адекватной мерой комфорта);

2) уменьшение деформации шин, влияющее на управляемость автомобиля и безопасность во время движения;

3) минимизация хода подвески.

Исходя из этого задачу проектирования активной подвески можно свести к задаче синтеза регулятора, минимизирующего функционал:

$$J = \int_0^{\infty} (\dot{x}_4^2 + r_1 x_1^2 + r_2 x_3^2) dt, \quad (22)$$

где r_1, r_2 — весовые коэффициенты.

Используя решение уравнения Риккати [10] для функционала (22), можно найти матрицу K регулятора обратной связи, обеспечивающего оптимальное управление $u = -Kx$.

Рассмотрим систему, описываемую уравнением (3), со следующими параметрами: $k_s = 60\,000$ Н/м, $k_{us} = 480\,000$ Н/м, $k_{us} = 480\,000$ Н/м, $b_s = 24\,000$ Н·с/м, $b_{us} = 0$, $m_s = 1\,500$ кг, $m_{us} = 120$ кг.

Настройку регулятора можно проводить путем изменения весовых коэффициентов r_1, r_2 в выражении (22). Например, с увеличением r_1 в системе ожидается уменьшение деформации шин и увеличение хода подвески и вертикального ускорения, и наоборот. Для исследования поведения системы при различных настройках регулятора зададимся следующими наборами весовых коэффициентов, используемых при определении квадратичного функционала (22): $r_1 = 1000, r_2 = 100$; $r_1 = 5 \cdot 10^4, r_2 = 5 \cdot 10^3$; $r_1 = 10^6, r_2 = 10^5$.

На рис. 3 представлена реакция системы при наезде на бордюр (т. е. вход системы представляет собой ступенчатый сигнал) высотой 5 см.

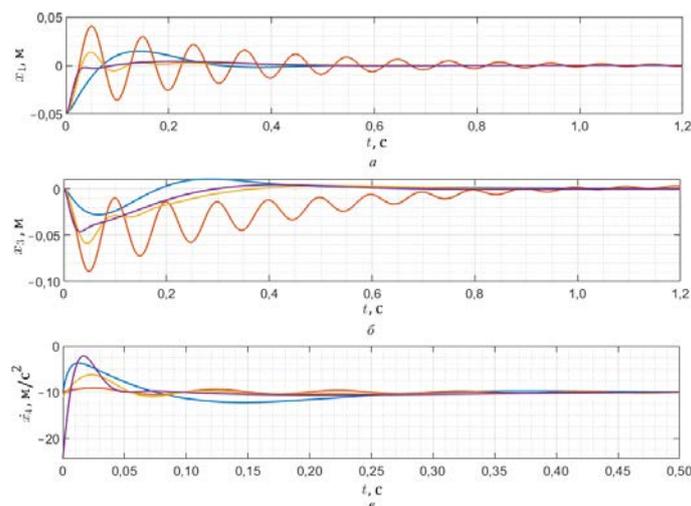


Рис. 3. Реакция системы при наезде на бордюр:

a — деформация шин; b — ход подвески; v — ускорение поддресоренной массы;
— без регулятора; — $r_1 = 1000, r_2 = 100$; — $r_1 = 5 \cdot 10^4, r_2 = 5 \cdot 10^3$;
— $r_1 = 10^6, r_2 = 10^5$

Результаты моделирования показывают, что при $r_1 = 1000$, $r_2 = 100$ вертикальное ускорение кузова практически нулевое, однако вырастает деформация шин (даже по сравнению с системой без регулятора), что может привести к уменьшению срока службы шин и ухудшению управляемости транспортного средства. При $r_1 = 10^6$, $r_2 = 10^5$, напротив, деформация шин сводится к минимуму, но сильно увеличивается вертикальное ускорение, что отрицательно сказывается на комфорте во время движения.

Исследуем поведение системы в ситуации, когда дорожный профиль имеет форму гармонического сигнала. В таком случае удобно использовать логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) системы (рис. 4).

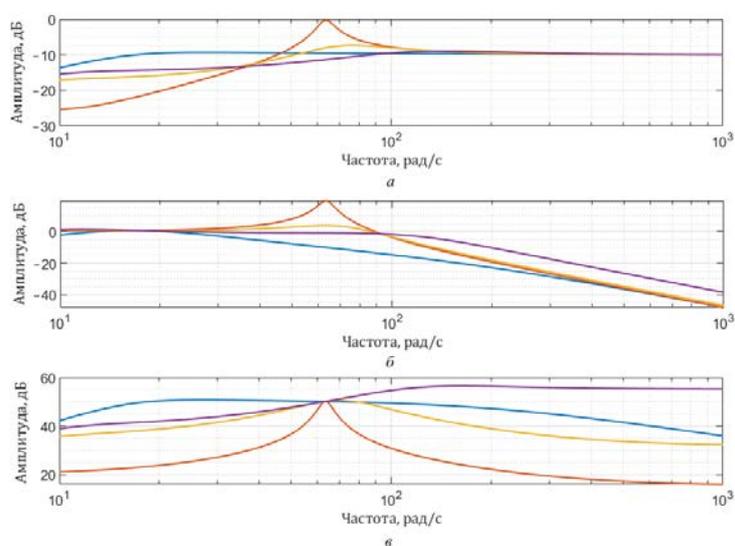


Рис. 4. ЛАЧХ системы:

- a — деформация шин; b — ход подвески; v — ускорение поддрессоренной массы;
- без регулятора; — $r_1 = 1000$, $r_2 = 100$;
- $r_1 = 5 \cdot 10^4$, $r_2 = 5 \cdot 10^3$; — $r_1 = 10^6$, $r_2 = 10^5$

Отметим, что на некоторых частотах использование регулятора при $r_1 = 1000$, $r_2 = 100$ приводит к слишком большим показателям деформации шин и хода подвески, несмотря на значительное уменьшение этих показателей на оставшихся частотах. К тому же большая деформация шин при наезде автомобиля на высокие ступенчатые препятствия может быть недопустимой, поэтому использование регулятора при $r_1 = 5 \cdot 10^4$, $r_2 = 5 \cdot 10^3$ является более предпочтительным.

Использование полученного регулятора в усложненной модели. Поскольку динамика движения отдельного колеса отличается от динамики движения колеса в четырехколесном автомобиле, нельзя заранее говорить о допустимости применения регулятора, полученного в предыдущем разделе, в модели, изобра-

женной на рис. 2. Для исследования этого вопроса рассмотрим систему, описываемую уравнениями (15) – (21), со следующими параметрами:

$$k_{srr} = k_{slr} = k_{srf} = k_{slf} = 15\,000 \text{ Н/м};$$

$$k_{usrr} = k_{uslr} = k_{usrf} = k_{uslf} = 120\,000 \text{ Н/м};$$

$$b_{srr} = b_{slr} = b_{srf} = b_{slf} = 6\,000 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$$

$$b_{usrr} = b_{uslr} = b_{usrf} = b_{uslf} = 0;$$

$$m_s = 1\,500 \text{ кг}, m_{usrr} = m_{uslr} = m_{usrf} = m_{uslf} = 30 \text{ кг};$$

$$a_1 = a_2 = 2,3 \text{ м}; b_1 = b_2 = 0,9 \text{ м}; J_x = 1500 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_y = 3000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Управляющий сигнал на каждом из колес формируется как

$$u_{rr} = -0,25Kx_{rr}; \tag{23}$$

$$u_{rf} = -0,25Kx_{rf}; \tag{24}$$

$$u_{lr} = -0,25Kx_{lr}; \tag{25}$$

$$u_{lf} = -0,25Kx_{lf}, \tag{26}$$

где переменные в векторах состояний x_{rr} , x_{lr} , x_{rf} , x_{lf} выбирают аналогично (3).

На рис. 5 представлены графики изменения высоты и ускорения центра масс кузова автомобиля, а также углов тангажа и крена при наезде автомобиля правыми колесами на бордюр высотой 5 см при движении автомобиля с постоянной скоростью $v = 4,6 \text{ м/с}$, (т. е. задние колеса наедут на препятствие через $(a_1 + a_2)/v = 1 \text{ с}$ после передних).

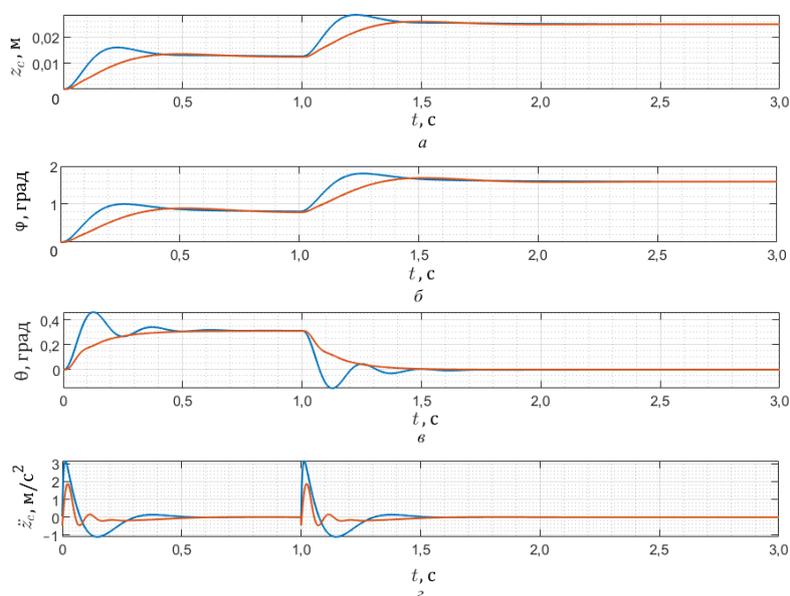


Рис. 5. Реакция системы при наезде на бордюр правыми колесами:

a — высота центра масс кузова; $б$ — угол крена; $в$ — угол тангажа; $г$ — ускорение центра масс кузова; — без регулятора; — с регулятором

В результате моделирования выявлено, что использование регуляторов помогает добиться более плавного изменения углов крена и тангажа, а также уменьшить вертикальное ускорение центра масс кузова примерно в полтора раза. Таким образом, несмотря на некоторые допущения и неточности в упрощенной модели, применение полученных на ее основе регуляторов в более сложной системе приводит к удовлетворительным результатам.

Выводы. В ходе работы были получены две модели, описывающие динамику вертикального движения автомобиля. На основе модели движения отдельного колеса разработан оптимальный регулятор. Моделирование показало, что при определенных настройках использование такого регулятора позволяет уменьшить деформацию шин и вертикальное ускорение поддрессоренной массы транспортного средства во время движения. Доказана возможность применения полученного регулятора при использовании усложненной модели четырехколесного автомобиля.

В дальнейших работах планируется рассмотреть модель реального дорожного профиля (который представляет собой стохастическую функцию), исследовать другие методы управления подвеской, а также учесть дополнительные факторы при проектировании системы управления: шумы, насыщение управляющего сигнала и др.

Литература

- [1] Хусайнов А.Ш. Эксплуатационные свойства автомобиля. Ульяновск, УлГТУ, 2011.
- [2] Dixon J. Tires, suspension and handling. SAE, 1996.
- [3] Ulsoy A.G., Peng H., Çakmakci M. Automotive control systems. Cambridge University Press, 2012.
- [4] Guiggiani M. The science of vehicle dynamics. Springer, 2018.
- [5] Вишняков Н.Н., Вахламов В.К., Нарбут А.Н. Автомобиль: основы конструкции. М., Машиностроение, 1986.
- [6] Aly A.A., Salem F.A. Vehicle suspension systems control: a review. *IJCAS*, 2013, vol. 2, no. 2, pp. 46–54.
- [7] Sharp R.S., Pilbeam C. On the ride comfort benefits available from road preview with slow-active car suspensions. *Veh. Syst. Dyn.*, 1994, vol. 23, no. S1, pp. 437–448. DOI: <https://doi.org/10.1080/00423119308969532>
- [8] Ogata K. Modern control engineering. Prentice hall, 2010.
- [9] Smith C.C., McGehee D.Y., Healey A.J. The prediction of passenger riding comfort from acceleration data. *J. Dyn. Sys., Meas. Control.*, 1978, vol. 100, no. 1, pp. 34–41. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3426338>
- [10] [10] Kučera V. A review of the matrix Riccati equation. *Kybernetika*, 1973, vol. 9, no. 1, pp. 42–61.

Овсянников Андрей Дмитриевич — студент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — Звягин Феликс Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Овсянников А.Д. Синтез оптимально-квадратичного регулятора для управления подвеской автомобиля. *Политехнический молодежный журнал*, 2021, № 10(63). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2021-10-743>

SYNTHESIS OF THE OPTIMAL-SQUARE-LAW REGULATOR FOR CAR SUSPENSION CONTROL

A.D. Ovsyannikov

andmit8@mail.ru

SPIN-code: 7959-0214

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The use of the active suspension control system can significantly change the dynamics of the vehicle vertical movement and meet the regularly increasing requirements for safety and comfort. The author deduced differential equations describing the vertical movement of the car. A quadratic functional is selected that reflects the requirements for the system. Based on the movement model of an individual wheel, an optimal regulator was developed that minimizes the selected functional, and the parameters of the regulator were selected that provide the necessary response of the system to external input influences. The possibility of using the obtained regulator in a complicated model describing the motion of a four-wheeled vehicle taking into account the roll and pitch has been investigated.

Keywords

Control system, regulator, optimal control, quadratic functional, suspension, car, vehicle, mathematical model

Received 03.09.2021

© Bauman Moscow State Technical University, 2021

References

- [1] Khusaynov A.Sh. Eksploatatsionnye svoystva avtomobilya [Exploitation characteristics of a car]. Ul'yanovsk, UIGTU Publ., 2011 (in Russ.).
- [2] Dixon J. Tires, suspension and handling. SAE, 1996.
- [3] Ulsoy A.G., Peng H., Çakmakci M. Automotive control systems. Cambridge University Press, 2012.
- [4] Guiggiani M. The science of vehicle dynamics. Springer, 2018.
- [5] Vishnyakov N.N., Vakhlamov V.K., Narbut A.N. Avtomobil': osnovy konstruktssii [A car: design fundamentals]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986 (in Russ.).
- [6] Aly A.A., Salem F.A. Vehicle suspension systems control: a review. *IJCAS*, 2013, vol. 2, no. 2, pp. 46–54.
- [7] Sharp R.S., Pilbeam C. On the ride comfort benefits available from road preview with slow-active car suspensions. *Veh. Syst. Dyn.*, 1994, vol. 23, no. S1, pp. 437–448. DOI: <https://doi.org/10.1080/00423119308969532>
- [8] Ogata K. Modern control engineering. Prentice hall, 2010.
- [9] Smith C.C., McGehee D.Y., Healey A.J. The prediction of passenger riding comfort from acceleration data. *J. Dyn. Sys., Meas. Control.*, 1978, vol. 100, no. 1, pp. 34–41. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3426338>
- [10] Kučera V. A review of the matrix Riccati equation. *Kybernetika*, 1973, vol. 9, no. 1, pp. 42–61.

Ovsyannikov A.D. — Student, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — F.V. Zvyagin, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Please cite this article in English as:

Ovsyannikov A.D. Synthesis of the optimal-square-law regulator for car suspension control. *Politekhniicheskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2021, no. 10(63). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2021-10-743.html> (in Russ.).