

## РАСЧЕТ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ ЧЕТЫРЕХВАЛКОВЫХ СИСТЕМ ЛИСТОВЫХ ПРОКАТНЫХ СТАНОВ ОТ ДЕЙСТВИЯ СИЛЫ ПРОКАТКИ

А.А. Синицын

sinitsyn-anton1472@mail.ru

SPIN-код: 5756-8753

А.А. Нестеренко

nesterenkoaa98@mail.ru

SPIN-код: 6863-6107

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

**Аннотация**

Предложен альтернативный подход к расчету упругой деформации четырехвалковых систем листовых прокатных станов от действия силы прокатки. Рассматриваемый метод позволяет определять статические прогибы четырехвалковых систем с учетом контактного взаимодействия валков и учитывает геометрические характеристики сечений не только опорных валков, но и рабочих валков. Расчет прогиба валков по предложенному методу позволяет получать результаты, максимально приближенные к действительным.

**Ключевые слова**

Упругая деформация, четырехвалковая система, прогиб, опорный валок, рабочий валок, момент инерции, коэффициент приведения

Поступила в редакцию 26.12.2020  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021

**Актуальность работы.** Необходимым условием получения качественного прокатного листа является учет упругой деформации валковой системы под действием силы прокатки, поскольку в результате упругого изгиба валков лист приобретает чечевицеобразную форму и отклонение формы и размеров прокатанного листа может превышать требуемые значения. Для устранения этого дефекта необходимо понимать, каким образом корректировать изгиб валковой системы [1–5].

**Постановка задачи и результаты решения.** Расчетная схема нагружения валковой системы показана на рис. 1.

Поскольку нагрузка на балку симметрична относительно ее центра, силы реакции опор A и B будут равны:

$$R_A = R_B = \frac{q b}{2}.$$

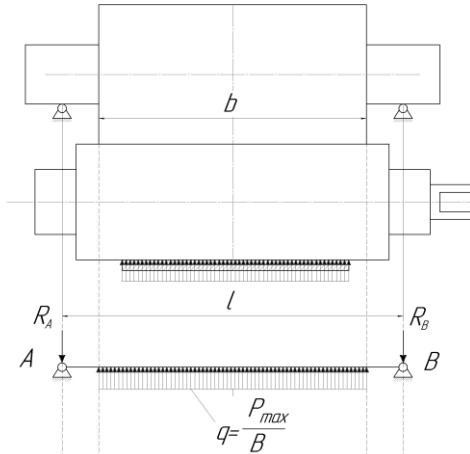


Рис. 1. Расчетная схема нагружения

Для решения задачи воспользуемся методом сечений. Разобьем балку на три участка и запишем уравнения равновесия для каждого из них.

Определим зависимости для поперечной силы  $Q_1$  и изгибающего момента  $M_1$ , действующих в первом участке балки (рис. 2):

$$Q_{n1} = -R_a;$$

$$M_{u1} = -R_a z_1.$$

Аналогично получим зависимости для поперечных сил  $Q_2$ ,  $Q_3$  и моментов  $M_2$ ,  $M_3$  для оставшихся двух участков балки (рис. 3, 4).

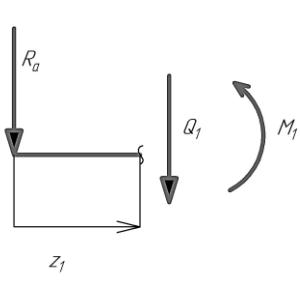


Рис. 2. Метод сечений для участка 1

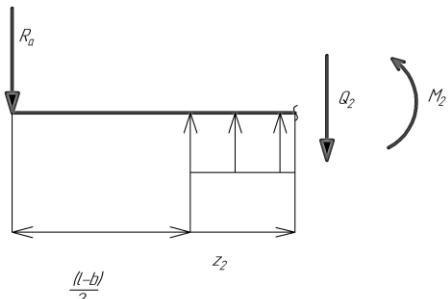


Рис. 3. Метод сечений для участка 2

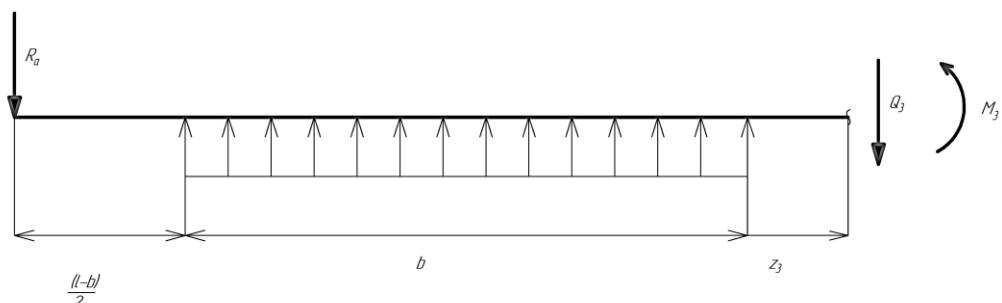


Рис. 4. Метод сечений для участка 3

Зависимости для поперечной силы  $Q_2$  и изгибающего момента  $M_2$  задаются формулами

$$Q_{n2} = qz_2 - R_a;$$

$$M_{u2} = \frac{qz_2^2}{2} - R_a \left( \frac{l-b}{2} + z_2 \right).$$

Зависимости для поперечной силы  $Q_3$  и изгибающего момента  $M_3$  имеют вид

$$Q_{n3} = qb - R_a;$$

$$M_{u3} = \frac{q(b+z_3)^2}{2} - R_a \left( \frac{l-b}{2} + b + z_3 \right).$$

По данным зависимостям для трех участков были построены эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ .

Также были построены эпюры поперечной силы и изгибающего момента при приложении единичной силы в месте максимального прогиба валка — посередине бочки валка (рис. 5).

После подстановки координат получим:

$$M_1 = M_3 = \frac{qb}{4}(b-l);$$

$$M_2 = \frac{qb}{8}(b-2l).$$

Для определения прогиба валковой системы воспользуемся методом Верещагина:

$$f = \sum \frac{M_x \bar{M}_1}{EI_x}, \quad (1)$$

где  $M_x$  — эпюра изгибающих моментов от приложенной нагрузки;  $\bar{M}_1$  — эпюра изгибающих моментов от приложенной единичной силы;  $E$  — модуль упругости 1-го рода, МПа;  $I_x$  — момент инерции сечения,  $\text{м}^4$ .

Момент инерции круглого сечения вычисляют по формуле

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64}.$$

Необходимо учитывать, что во время работы опорного валка на изгиб рабочий валок также сопротивляется изгибу, поскольку рабочий и опорный валки находятся в непосредственном контакте. Учесть данный фактор можно при помощи приведения моментов инерции опорного и рабочего валков к одной оси — оси опорного валка, воспользовавшись теоремой Гюйгенса — Штейнера [6]. Приведенный момент инерции вычисляют по формуле

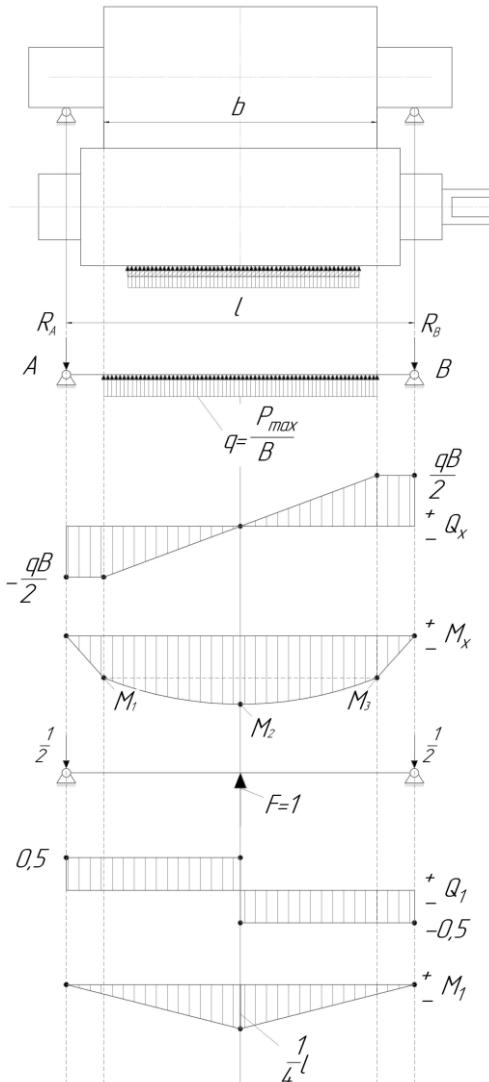


Рис. 5. Эпюры поперечных сил  
и моментов

$$I_{x_{ii}} = I_{x_o} + I_{x_p} + S_p y_c^2,$$

где  $I_{x_{ii}}$  — приведенный момент инерции, м<sup>4</sup>;  $I_{x_o}$  — момент инерции бочки опорного валка, м<sup>4</sup>;  $I_{x_p}$  — момент инерции бочки рабочего валка, м<sup>4</sup>;  $S_p$  — площадь поперечного сечения бочки рабочего валка, м<sup>2</sup>;  $y_c$  — расстояние между центрами тяжести (осями) валков, м.

При получении уравнений прогибов и углов поворота по методу начальных параметров предполагают, что балка имеет постоянную жесткость по всей длине, а значит, применять рассмотренный выше метод к балкам переменного сечения нельзя. Для корректного применения метода начальных параметров к ступенчатой балке необходимо, чтобы форма балки была приведена к некоторому эквивалентному по деформациям стержню постоянного сечения. Чтобы обеспечить тождественность между исходной и измененной балками, все внешние и внутренние силы также требуется привести к соответствующим значениям.

Чтобы учесть разницу диаметров шейки и бочки опорного валка, необходимо ввести коэффициент приведения  $k$  [7], с помощью которого момент инерции шейки валка приводится к моменту инерции бочки опорного валка:

$$k = \frac{I_{x_{ii}}}{I_{x_o}},$$

где  $I_{x_{ii}}$  — момент инерции шейки рабочего валка, м<sup>4</sup>.

Максимальный прогиб будет в центре бочки опорного валка. Определим его по методу Верещагина.

Для перемножения эпюр необходимо умножить площадь сектора эпюры от нагрузки на координату под ее центром тяжести на эпюре моментов от единичной силы. Разобъем эпюру от нагрузки на четыре фигуры: два треугольника, прямоугольник и «горбушку» и перемножим их на эпюру от единичной силы.

Треугольники:

$$2 \frac{qb}{4} (b-l) \frac{l-b}{2} \frac{l-b}{12} = \frac{qb(l-b)^3}{48}.$$

Прямоугольник:

$$b \frac{qb(l-b)}{4} \frac{l}{4} = \frac{qb^2 l(l-b)}{16}.$$

«Горбушка»:

$$\frac{qb^3}{12} \frac{l}{4} = \frac{qb^3 l}{48}.$$

Подставим перемноженные эпюры в формулу статического прогиба (1):

$$f = \left[ \frac{1}{EI_{x_{ii}}} \frac{qb^2 l}{16} \left( l - \frac{2}{3} b \right) \right] + \left[ \frac{k}{EI_{x_{ii}}} \frac{qb(l-b)^3}{48} \right].$$

Запишем формулу прогиба, выполнив обратную замену распределенной нагрузки  $q$ :

$$q = \frac{F}{b}.$$

Получим зависимость статического прогиба валковой системы в миллиметрах:

$$f = \frac{F}{EI_{x_n}} \left( \frac{bl}{16} \left( l - \frac{2}{3}b \right) + \frac{k(l-b)^3}{48} \right). \quad (2)$$

Для сравнения величины статического прогиба, рассчитанного по методике, описанной в источнике [8], и по зависимости (2), были проведены расчеты для параметров валковой системы, указанных в таблице.

#### Параметры валковой системы для расчета

Параметр	Обозначение	Числовое значение
Диаметр рабочего валка, м	$D_p$	1
Диаметр опорного валка, м	$D_o$	1,65
Длина бочки опорного валка, м	$b$	2,8
Диаметр шейки опорного валка, м	$d_o$	1,001
Расстояние между опорами опорного валка, м	$l$	4,5
Сила прокатки, МН	$F$	13,5

Согласно методике, изложенной в источнике [8], статический прогиб от изгибающих моментов для данных параметров составляет 0,35 мм, в то время как статический прогиб от изгибающих моментов, рассчитанный по зависимости (2), составляет 0,17 мм. Таким образом, если не учитывать влияние рабочих валков на упругую деформацию валковой системы, разница статических прогибов от изгибающих моментов может существенной.

Заметим, что при отношении  $l/D_o < 10$  влияние поперечных сил на значение прогиба желательно учитывать. И чем меньше соотношение длины к высоте, тем больше будет влияние поперечных сил. Но рабочий валок не оказывает влияние на статический прогиб опорного валка под действием поперечных сил.

**Выводы.** 1. Выполнен расчет упругой деформации четырехвалковой системы и получена зависимость для определения статического прогиба от действия изгибающих моментов. 2. В расчете определен статический прогиб системы с учетом того, что прокатные валки находятся в контакте и изгибаются под действием нагрузки по одной линии, а также геометрические характеристики обоих прокатных валков. 3. Зависимость, полученную в ходе выполнения работы, можно использовать при проектировании клети кварт.

## Литература

- [1] Комкова Т.Ю. Проектирование основного оборудования прокатных комплексов. Ч. 1. Расчет валков прокатного стана. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017.
- [2] Быстров В.А. Условия эксплуатации и износ валков прокатного стана горячего металла. *Известия Высших Учебных Заведений. Черная Металлургия*, 2014, т. 57, № 5, с. 24–29. DOI: <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2014-5-24-29>
- [3] Колесников А.Г., Яковлев Р.А., Мальцев А.А. Технологическое оборудование прокатного производства. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.
- [4] Никитин Г.С. Теория непрерывной продольной прокатки. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009.
- [5] Зюзин В.И., ред. Теория прокатки. М., Металлургия, 1982.
- [6] Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М., Наука, 1986.
- [7] Курьянов П.В., Грищенко М.Ю., Верас А.К. Расчет деформаций в ступенчатых балках. *НИРС МСФ-2017*. Минск, БНТУ. URL: <https://rep.bntu.by/handle/data/30641> (дата обращения: 15.12.2020).
- [8] Королев А.А. Конструкция и расчет машин и механизмов прокатных станов. М., Металлургия, 1985.

**Синицын Антон Андреевич** — студент кафедры «Оборудование и технологии прокатки», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Нестеренко Алексей Александрович** — студент кафедры «Оборудование и технологии прокатки», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:**

Синицын А.А., Нестеренко А.А. Расчет упругой деформации четырехвалковых систем листовых прокатных станов от действия силы прокатки. *Политехнический молодежный журнал*, 2021, № 01(54). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2021-01-667>

## CALCULATION OF ELASTIC DEFORMATION OF FOUR-ROLL SYSTEMS OF SHEET ROLLING MILLS FROM THE ACTION OF THE ROLLING FORCE

A.A. Sinitsyn

sinitsyn-anton1472@mail.ru

SPIN-code: 5756-8753

A.A. Nesterenko

nesterenkoaa98@mail.ru

SPIN-code: 6863-6107

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

### Abstract

The authors propose an alternative approach to calculating the elastic deformation of four-roll systems of sheet rolling mills from the action of the rolling force. This method makes it possible to determine the static deflections of four-roll systems taking into account the contact interaction of the rolls and the geometric characteristics of the back-up rolls and the work rolls sections. Calculation of roll deflection according to the proposed method allows obtaining results that are as close to real ones as possible.

### Keywords

Elastic deformation, four-roll system, deflection, backup roll, work roll, moment of inertia, reduction coefficient

Received 26.12.2020

© Bauman Moscow State Technical University, 2021

---

### References

- [1] Komkova T.Yu. Proektirovaniye osnovnogo oborudovaniya prokatnykh kompleksov. Ch. 1. Raschet valkov prokatnogo stana [Design of main equipment for rolling machines. P. 1. Rolling mills calculation]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2017 (in Russ.).
- [2] Bystrov V.A. Operating conditions and wear of hot metal mill rolls. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Chernaya Metallurgiya* [Izvestiya. Ferrous Metallurgy], 2014, vol. 57, no. 5, pp. 24–29. DOI: <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2014-5-24-29> (in Russ.).
- [3] Kolesnikov A.G., Yakovlev R.A., Mal'tsev A.A. Tekhnologicheskoe oborudovanie prokatnogo proizvodstva [Technological equipment of rolling production]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014 (in Russ.).
- [4] Nikitin G.S. Teoriya nepreryvnoy proadol'noy prokatki [Theory of continuous longitudinal rolling]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2009 (in Russ.).
- [5] Zyuzin V.I., ed. Teoriya prokatki [Rolling theory]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1982 (in Russ.).
- [6] Feodos'yev V.I. Soprotivlenie materialov [Strength of materials]. Moscow, Nauka Publ., 1986 (in Russ.).
- [7] Kur'yanov P.V., Grishchenko M.Yu., Veras A.K. Raschet deformatsiy v stupenchatykh balkakh [Deformation calculation in step beams] (in Russ.). NIRS MSF-2017. Minsk, BNTU Publ. URL: <https://rep.bntu.by/handle/data/30641> (accessed: 15.12.2020).
- [8] Korolev A.A. Konstruktsiya i raschet mashin i mekhanizmov prokatnykh stanov [Construction and calculation of rolling mill machines and mechanisms]. Moscow, Metalurgiya Publ., 1985 (in Russ.).

**Sinitsyn A.A.** — Student, Department of Rolling Equipment and Technology, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Nesterenko A.A.** — Student, Department of Rolling Equipment and Technology, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Please cite this article in English as:**

Sinitsyn A.A., Nesterenko A.A. Calculation of elastic deformation of four-roll systems of sheet rolling mills from the action of the rolling force. *Politekhnicheskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2021, no. 01(54). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2021-01-667.html> (in Russ.).