

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ В ВИДЕ ВЫТОЧЕК

А.С. Липатов

lipatovas@student.bmstu.ru

SPIN-код:3795-1662

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

### Аннотация

Широкое применение композиционных материалов в разных отраслях техники требует разработки универсального подхода к оценке прочности материала. Таким подходом является математическое моделирование поведения материала под нагрузкой. Оценка прочности проводилась в ходе сравнительного анализа двух подходов: традиционного, основанного на известных аналитических выражениях, и современного подхода, реализуемого с помощью пакета программ ANSYS. Результаты исследования представлены на примере оценки несущей способности образца из слоистого композиционного материала с двухсторонними выточками. Построение модели осуществлялось на основе паспортных данных слоев и схемы их укладки. Нагрузка принята прогрессирующей растягивающей, выточки на образцах двухсторонние, выполненные с заданной геометрией. Модель, разработанная в данной статье, может служить основой для последующего проектирования ряда деталей, в частности авиационных.

### Ключевые слова

Коэффициент концентрации напряжений, метод конечных элементов, композитные материалы (композиты), препреги, волокнистые композиционные материалы, ANSYS Workbench, двусторонняя внешняя выточка, испытание на растяжение

Поступила в редакцию 19.06.2020  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020

**Введение.** Концентрацией напряжений называется резкое увеличение напряжений вблизи выточек, отверстий, надрезов, трещин и пр. Концентрация напряжений может быть вызвана как конструктивными, так и технологическими факторами. Для композитов характерны трещиноподобные технологические дефекты, которые чаще всего исследуются на микроуровне. Концентрация напряжений в результате воздействия конструктивных факторов (переходы сечений, выточки, вырезы и отверстия) оценивается на макроуровне.

Данная статья посвящена исследованию прочности волокнистых композиционных материалов (ВКМ) с учетом влияния переходов сечений в виде выточек на несущую способность деталей.

Цель работы — исследовать прочность композиционного материала с помощью виртуального эксперимента на модели слоистого ВКМ.

С этой целью нами была разработана модель образца из слоистого ВКМ с симметричной, сбалансированной укладкой однонаправленных слоев — [0/90]<sub>s</sub> для испытаний на растяжение.

**Постановка задачи.** С помощью конечно-элементного комплекса ANSYS Workbench были определены оптимальная конфигурация и размеры образца с однородным напряженно-деформированным состоянием (рис. 1).

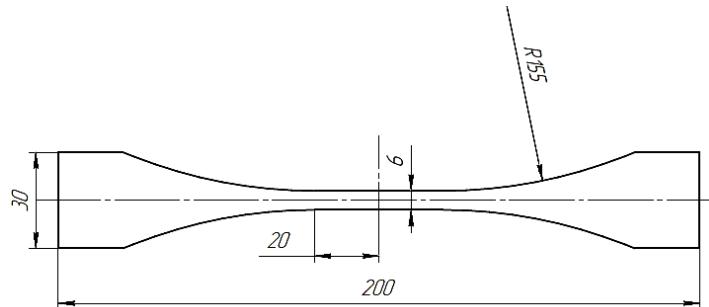


Рис. 1. Чертеж модели образца

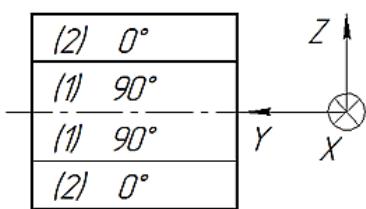


Рис. 2. Схема укладки ВКМ

Образец состоял из четырех монослоев толщиной 0,1 мм (рис. 2).

В качестве материала образца выбран углеродный препрег на связующем из эпоксидной смолы (Epoxy Carbon UD (230 GPa) Prepreg). Данный материал обладает характеристиками, которые представлены в табл. 1 и на рис. 3.

Таблица 1

#### Механические характеристики материала Epoxy Carbon UD (230 GPa) Prepreg

Характеристика	Числовое значение	Единицы измерения
Плотность	$1,49 \cdot 10^{-9}$	т/мм <sup>3</sup>
Модуль упругости ( $E_1$ )	$1,21 \cdot 10^5$	МПа
Модули упругости ( $E_2=E_3$ )	8600	МПа
Модули сдвига ( $G_{12}=G_{31}$ )	4700	МПа
Модуль сдвига ( $G_{23}$ )	3100	МПа
Коэффициент Пуассона ( $\nu_{12}=\nu_{13}$ )	0,27	—
Коэффициент Пуассона ( $\nu_{23}$ )	0,4	—

Материал является препрограм [1, 2], т. е. представляет собой листы тканых или нетканых волокнистых материалов, пропитанных неотверженными полимерными связующими. В качестве связующих используют термореактивные или химически отверждаемые смолы. Препрограмовая технология позволяет получать изделия сложной формы при минимальных затратах.

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Density	1,49E-09	mm^-3 t	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Orthotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	Orthotropic Elasticity			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	Young's Modulus X direction	1,21E+05	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	Young's Modulus Y direction	8600	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	Young's Modulus Z direction	8600	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	Poisson's Ratio XY	0,27		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	Poisson's Ratio YZ	0,4		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	Poisson's Ratio XZ	0,27		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16	Shear Modulus XY	4700	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	Shear Modulus YZ	3100	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	Shear Modulus XZ	4700	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	Orthotropic Stress Limits			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20	Tensile X direction	2231	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	Tensile Y direction	29	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22	Tensile Z direction	29	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23	Compressive X direction	-1082	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24	Compressive Y direction	-100	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25	Compressive Z direction	-100	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26	Shear XY	60	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27	Shear YZ	32	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28	Shear XZ	60	MPa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Рис. 3. Описание механических характеристик материала Epoxy Carbon UD (230 GPa) Prepreg в программной среде ANSYS Workbench

Препреги широко применяются в авиастроении, ветроэнергетике, радиоэлектронике, в автомобиле- и судостроении, для изготовления судовых корпусов и ненесущих деталей автокузовов; в строительстве, в том числе для армирования бетонных конструкций; при изготовлении протезов и медицинских приборов, а также спортивного инвентаря.

В роли концентратора напряжений выступала двусторонняя внешняя выточка (рис. 4).

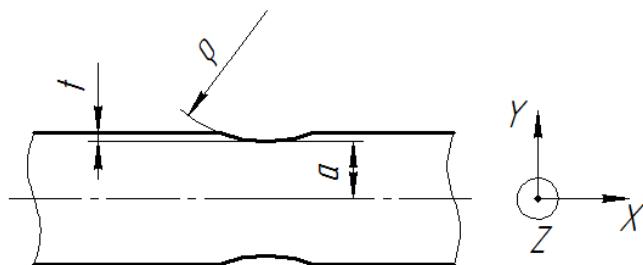


Рис. 4. Двусторонняя внешняя выточка:

$t$  — глубина выточки;  $\rho$  — радиус кривизны;  $a$  — расстояние от оси симметрии до наиболее углубленной точки выточки

В работе рассматривали выточки, глубина  $t$  которых не превышала толщину  $d$  образца ( $t \leq d$ ). Исследовали зависимость номинального и максимального напряжения в образце от геометрических параметров концентратора.

**Решение задачи методом конечных элементов.** Коэффициент концентрации напряжений вычисляли в конечно-элементном программном комплексе ANSYS Workbench [3, 4]. Для создания конечно-элементной модели образца с двусторонней выточкой использовали конечно-элементы SOLID 185. Данные элементы определяются свойствами ортотропного материала и восемью узлами, имеющими три степени свободы в каждом узле: перемещения в узловых направлениях  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Элемент характеризуется свойствами пластичности, гиперупругости, изменения жесткости при приложении нагрузок, ползучести, больших перемещений и больших деформаций. Он также обладает смешанной формулировкой для моделирования деформаций почти несжимаемых упруго-пластических материалов и полностью несжимаемых гиперупругих материалов [5].

Геометрия и расположение узлов для этого элемента показаны на рис. 5 [6].

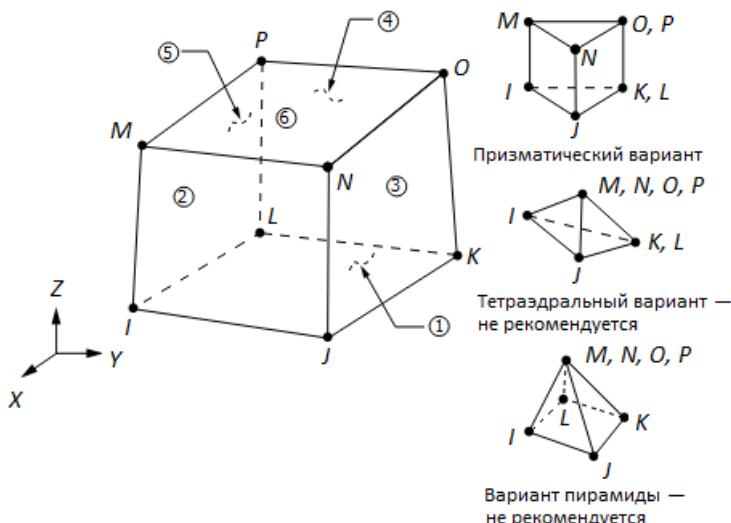


Рис. 5. Изображение элемента SOLID 185:

$I, J, K, L, M, N, O, P$  — узлы элемента; ①—⑥ — номера граней

Математические эксперименты, представленные в данной статье, проводили при растягивающей нагрузке 100 Н. Результаты конечно-элементного анализа представлены в табл. 2 и 3 (отношение величины  $a$  к радиусу кривизны  $r$  есть безразмерная величина «кривизна выточки»).

Для подтверждения правильности полученных результатов были проведены дополнительные расчеты с более мелкой конечно-элементной сеткой. В итоге максимальная погрешность значений не достигала 7 %. Это свидетельствует о том, что сетка выбрана корректно, и результаты можно считать допустимыми.

Таблица 2

**Зависимость номинального и максимального напряжения  
(послойно и в общем) от радиуса кривизны выточки  $\rho$  при  $a = 2,6$  мм**

$\rho$ , мм	$a/\rho$	$\sigma_{\text{nom},x}^{+Z(1)}$ , МПа	$\sigma_{\text{nom},x}^{+Z(2)}$ , МПа	$\sigma_{\text{max},x}^{+Z(1)}$ , МПа	$\sigma_{\text{max},x}^{+Z(2)}$ , МПа	$\sigma_{\text{nom},x}$ , МПа	$\sigma_{\text{max},x}$ , МПа
0,4	6,500	5,7046	79,668	25,4180	359,52	79,668	351,11
1,0	2,600	5,7648	79,229	18,221	267,30	79,918	267,30
2,0	1,300	5,7671	80,233	14,3030	212,49	80,233	212,49
4,0	0,650	5,7871	80,822	12,0750	176,92	80,818	176,92
6,0	0,433	5,8039	81,249	11,0070	158,91	81,245	158,91
8,0	0,325	5,8193	81,602	10,3660	147,69	81,602	147,69
10,0	0,260	5,8329	81,899	9,9108	140,10	81,899	140,10
12,0	0,217	5,8467	82,152	9,5932	134,66	82,162	134,66

Таблица 3

**Зависимость номинального и максимального напряжения  
(послойно и в общем) от величины  $a$  при  $\rho = 6$  мм**

$a$ ,мм	$a/\rho$	$\sigma_{\text{nom},x}^{+Z(1)}$ , МПа	$\sigma_{\text{nom},x}^{+Z(2)}$ , МПа	$\sigma_{\text{max},x}^{+Z(1)}$ , МПа	$\sigma_{\text{max},x}^{+Z(2)}$ , МПа	$\sigma_{\text{nom},x}$ , МПа	$\sigma_{\text{max},x}$ , МПа
2,95	0,492	5,4997	77,910	7,5170	104,87	77,910	104,87
2,90	0,483	5,5263	78,090	8,2805	117,46	78,090	117,46
2,85	0,475	5,5592	78,383	8,8676	126,43	78,383	126,43
2,80	0,467	5,5971	78,775	9,3621	134,01	78,773	134,01
2,75	0,458	5,6405	79,257	9,8300	140,84	79,258	140,84
2,70	0,450	5,6894	79,834	10,2370	147,06	79,838	147,06
2,65	0,442	5,7440	80,501	10,6220	152,90	80,499	152,90
2,60	0,433	5,8039	81,249	11,0070	158,91	81,245	158,91

**Решение задачи с использованием аналитических формул Нейбера.** Результаты, полученные методом конечных элементов (МКЭ), сравнивали с результатами, которые были получены по формулам для двусторонней внешней выточки [7].

В соответствии с работой [7], коэффициент концентрации для выточки любой глубины

$$\alpha_k = 1 + \frac{(\alpha_{fk} - 1)(\alpha_{tk} - 1)}{\sqrt{(\alpha_{fk} - 1)^2 + (\alpha_{tk} - 1)^2}},$$

где  $\alpha_{fk}$  — коэффициент концентрации для мелкой выточки;  $\alpha_{tk}$  — коэффициент концентрации для глубокой выточки.

Номинальное напряжение равно среднему нормальному растягивающему напряжению по наиболее узкому поперечному сечению образца:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{2ad}. \quad (1)$$

Коэффициент концентрации для глубокой выточки

$$\alpha_{tk} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} = \frac{2 \left( \frac{a}{\rho} + 1 \right) \sqrt{\frac{a}{\rho}}}{\left( \frac{a}{\rho} + 1 \right) \arctg \sqrt{\frac{a}{\rho}} + \sqrt{\frac{a}{\rho}}}.$$

Коэффициент концентрации для мелкой выточки

$$\alpha_{fk} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} = 3 \sqrt{\frac{t}{2\rho}} - 1 + \frac{4}{2 + \sqrt{\frac{t}{2\rho}}}.$$

Тогда максимальное напряжение в двусторонней внешней выточке при рас- тяжении будет определяться как

$$\sigma_{\max} = \alpha_k \sigma_{\text{nom}}. \quad (2)$$

В табл. 4, 5 приведены результаты для номинального и максимального напряжений рассчитанных по формулам (1), (2).

Таблица 4

**Зависимость номинального и максимального напряжений, полученных аналитически, от радиуса кривизны выточки  $\rho$  при  $a = 2,6$  мм,  $\sigma_{\text{nom}} = 48,077$  МПа**

$\rho$ , мм	$a/\rho$	$\sigma_{\max}$ , МПа
0,4	6,500	111,351
1,0	2,600	84,525
2,0	1,300	71,343
4,0	0,650	62,315
6,0	0,433	58,509
8,0	0,325	56,351
10,0	0,260	54,948
12,0	0,217	53,958

Таблица 5

**Зависимость номинального и максимального напряжений, полученных аналитически, от величины  $a$  при  $\rho = 6$  мм**

$a$ , мм	$a/\rho$	$\sigma_{\text{nom}}$ , МПа	$\sigma_{\max}$ , МПа
2,95	0,492	42,373	47,454
2,90	0,483	43,103	49,880
2,85	0,475	43,860	51,726
2,80	0,467	44,643	53,293
2,75	0,458	45,455	54,703
2,70	0,450	46,296	56,019
2,65	0,442	47,170	57,279
2,60	0,433	48,077	58,509

На рис. 6–9 представлены графические зависимости концентраций напряжений в двусторонней внешней выточке, построенные в конечно-элементном программном комплексе ANSYS Workbench.

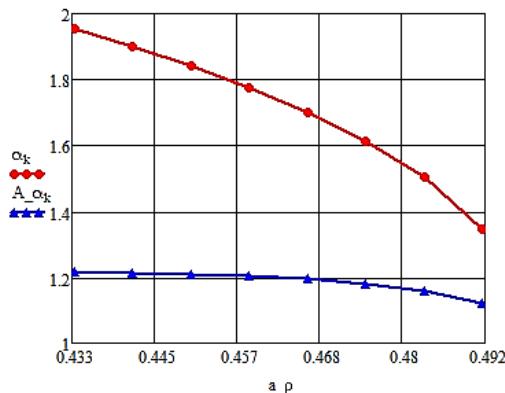


Рис. 6. Зависимость концентрации напряжений в двусторонней внешней выточке от кривизны выточки при  $\rho = 6$  мм (красный цвет — МКЭ, синий — аналитика)

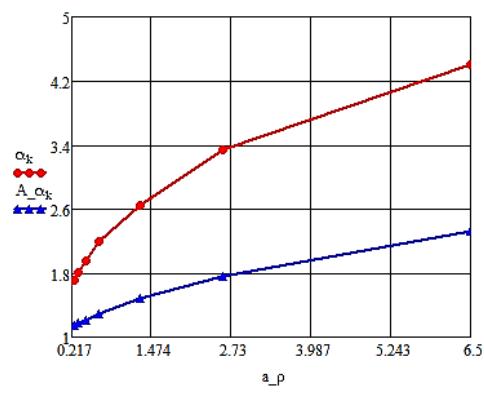


Рис. 7. Зависимость концентрации напряжений в двусторонней внешней выточке от кривизны выточки при  $a = 2,6$  мм (красный цвет — МКЭ, синий — аналитика)

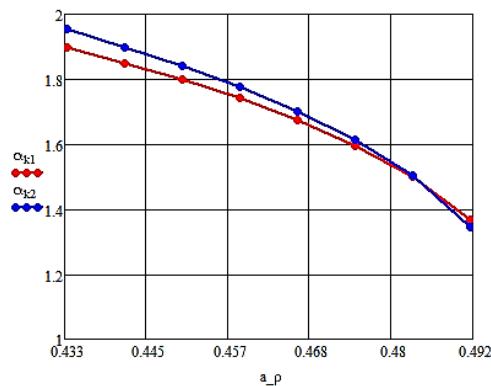


Рис. 8. Зависимость концентрации напряжений в двусторонней внешней выточке от кривизны выточки при  $\rho = 6$  мм (красный цвет — 1-й слой, синий — 2-й слой)

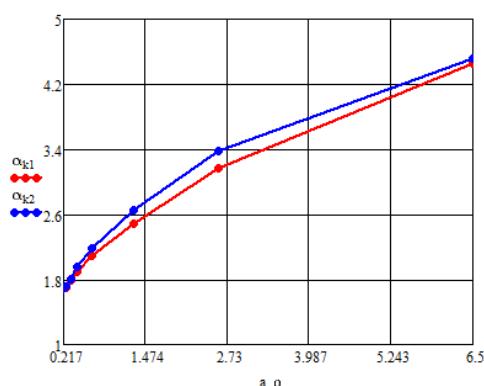


Рис. 9. Зависимость концентрации напряжений в двусторонней внешней выточке от кривизны выточки при  $a = 2,6$  мм (красный цвет — 1-й слой, синий — 2-й слой)

По результатам работы можно сделать следующие выводы:

- при увеличении глубины выточки (уменьшение величины  $a$ ) и неизменном радиусе кривизны выточки коэффициент концентрации напряжений увеличивается нелинейно с уменьшением угла наклона касательной к кривой зависимости  $\alpha_k(a/\rho)$  (см. рис. 6);
- при уменьшении радиуса кривизны выточки и неизменной глубине ( $a = \text{const}$ ) коэффициент концентрации напряжений увеличивается нелинейно с уменьшением угла наклона касательной к кривой зависимости  $\alpha_k(a/\rho)$  (см. рис. 7);

- характер поведения графика концентрации напряжений, рассчитанных по аналитическим формулам, схож с характером поведения графика концентрации напряжений, полученных с помощью МКЭ, но погрешность аналитики и математического эксперимента очень велика, что может свидетельствовать о неприменимости данных аналитических выражений для рассмотрения образца из ортотропного ВКМ;
- концентрация напряжений в слоях с различным направлением армирования практически одинакова (см. рис. 8, 9);
- значения напряжений и коэффициентов концентрации напряжений для ВКМ, полученные с помощью МКЭ, оказались выше значений, вычисленных по аналитическим формулам из работы [7].

**Заключение.** Задачей исследования являлось нахождение универсального метода для определения коэффициента концентрации напряжений. Определение коэффициента концентрации можно выполнить и аналитическими методами, например, по Нейберу, но только для материалов, близких к изотропным, поскольку в этих материалах можно пренебречь скачками напряжений по перечному сечению образца.

В работе [8] показано, что коэффициент концентрации напряжений для однонаправленной углеродно-эпоксидной панели, содержащей круглое отверстие, составляет около 6,6, тогда как для изотропного материала всего лишь 3. Это объясняется тем, что коэффициент концентрации напряжений для композитных материалов зависит от модуля упругости в различных направлениях. Поэтому при использовании анизотропных материалов в компонентах летательных аппаратов, содержащих повышающие напряжение элементы, такие как крепежные отверстия, окна и вырезы, необходимо проявлять осторожность. Другими словами, для ВКМ следует определять эффективный коэффициент концентрации, отражающий влияние структуры материала.

Таким образом, в работе показано, что слоистый ВКМ с концентраторами в виде выточек требует иного подхода. Поэтому мы отдаём предпочтение использованию МКЭ, например, в комплексах ANSYS, Nastran, Abaqus, SolidWorks Simulation, применяя при этом метод стущения сетки.

## Литература

- [1] Нелюб В.А. Технологии получения препрегов. *Все материалы. Энциклопедический справочник*, 2013, № 3, с. 12–17.
- [2] Бондалетова Л.И., Бондалетов В.Г. Полимерные композиционные материалы. Ч 1. Томск, Изд-во ТПУ, 2013.
- [3] Бруяка В.А., Фокин В.Г., Солдусова Е.А. и др. Инженерный анализ в ANSYS Workbench. Ч. 1. Самара, СамГТУ, 2010.
- [4] ANSYS composite PrepPost user's guide. Ansys, 2013.
- [5] Басов К.А. ANSYS. Справочник пользователя. М., ДМК Пресс, 2007.
- [6] ANSYS Documentation. Release 17.2. ANSYS, 2016.
- [7] Нейбер Г. Концентрация напряжений. М.-Л., Гостехиздат, 1947.
- [8] Mouritz A.P. Introduction to aerospace materials. AIAA, Woodhead Publishing, 2012.

Исследование прочности слоистых композиционных материалов с концентраторами ...

**Липатов Александр Сергеевич** — магистрант кафедры «Основы конструирования машин», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Панова Ирина Михайловна, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Основы конструирования машин», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:**

Липатов А.С. Исследование прочности слоистых композиционных материалов с концентраторами напряжений в виде выточек. *Политехнический молодежный журнал*, 2020, № 08(49). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-08-633>

## STUDY OF THE STRENGTH OF LAMINATED COMPOSITE MATERIALS WITH STRESS CONCENTRATORS IN THE FORM OF GROOVES

A.S. Lipatov

lipatovas@student.bmstu.ru

SPIN-code:3795-1662

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

### Abstract

The widespread use of composite materials in various branches of technology requires the development of a universal approach to assessing the strength of the material. This approach is mathematical modeling of material behavior under load. Strength assessment was carried out in the course of comparative analysis of two approaches: the traditional one, based on well-known analytical expressions, and the modern approach, implemented using the ANSYS software package. The results of the study are presented on the example of assessing the bearing capacity of a sample made of a laminated composite material with double-sided grooves. The construction of the model was based on the passport data of the layers and the scheme of their laying. The load is assumed to be progressive tensile, the grooves on the samples are double-sided, made with a given geometry. The model developed in this article can serve as a basis for the subsequent design of a number of parts, in particular aviation ones.

### Keywords

Stress concentration factor, finite element method, composites, pre-pregs, fiber composites, ANSYS Workbench, double-sided external groove, tensile test

Received 19.06.2020

© Bauman Moscow State Technical University, 2020

### References

- [1] Nelyub V.A. Technology of prepreg production. *Vse materialy. Entsiklopedicheskiy spravochnik* [All materials. Encyclopaedic reference manual], 2013, no. 3, pp. 12–17 (in Russ.).
- [2] Bondaletova L.I., Bondaletov V.G. Polimernye kompozitsionnye materialy. Ch 1 [Polymer composites. P. 1]. Tomsk, Izd-vo TPU Publ., 2013 (in Russ.).
- [3] Bruyaka V.A., Fokin V.G., Soldusova E.A., et al. Inzhenernyy analiz v ANSYS Workbench. Ch. 1 [Engineering analysis in ANSYS Workbench. P. 1]. Samara, SamGTU Publ., 2010 (in Russ.).
- [4] ANSYS composite PrepPost user's guide. Ansys, 2013.
- [5] Basov K.A. ANSYS. Spravochnik pol'zovatelya [ANSYS. User guide]. Moscow, DMK Press Publ., 2007 (in Russ.).
- [6] ANSYS Documentation. Release 17.2. ANSYS, 2016.
- [7] Neyber G. Kontsentratsiya napryazheniy [Stress concentration]. Moscow-Leningrad, Gostekhizdat Publ., 1947 (in Russ.).
- [8] Mouritz A.P. Introduction to aerospace materials. AIAA, Woodhead Publishing, 2012.

**Lipatov A.S.** — Master's Degree Student, Department of Machine Design Principles, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — Panova I.M., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Machine Design Principles, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Please cite this article in English as:**

Lipatov A.S. Study of the strength of laminated composite materials with stress concentrators in the form of grooves. *Politekhnicheskiy molodezhnyy zhurnal* [Politechnical student journal], 2020, no. 08(49). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-08-633.html> (in Russ.).