

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НА НАЧАЛЬНОМ ЭТАПЕ  
ИНЖЕНЕРНОЙ ПОДГОТОВКИ****А.Ф. Беленикина**

erik12berg@mail.ru

SPIN-код: 4441-2839

**Е.Ю. Богатырев**

efkgr@yandex.ru

SPIN-код: 4062-1342

**МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация****Аннотация**

*Наибольшие трудности у студентов первого и второго курсов технического университета возникают при изучении таких дисциплин, как «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика». Школьные предметы «Черчение» и «Геометрия» способствуют приобретению навыков выполнения чертежей и в будущем позволяют сделать осмысленный шаг при выборе инженерной профессии. В статье рассмотрены стереометрические задачи, решение которых представлено традиционным школьным способом и с применением аппарата начертательной геометрии. Построение электронных моделей фигур средствами компьютерного моделирования помогает лучшему представлению пространственных фигур.*

**Ключевые слова**

*Стереометрия, черчение, начертательная геометрия, рисунок, ортогональный чертеж, электронная модель, компьютерное моделирование, инженерная подготовка*

Поступила в редакцию 08.06.2018

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Первые два года обучения в техническом университете показали, что для успешного изучения начертательной геометрии, инженерной графики, теории машин и механизмов, других инженерных дисциплин необходимо хорошее пространственное мышление, развиваемое в школе средствами геометрии [1, 2]. Использование информационных компьютерных технологий в школе позволяет учащимся более успешно и, главное, с большим интересом изучить стереометрию и лучше подготовиться к обучению в университете [3, 4].

На примере двух стереометрических задач показано, что наибольшие трудности возникают при создании рисунка. Для правильного понимания условия задачи и успешного решения необходимо умение рисовать карандашом. Средства компьютерного моделирования помогают создавать наглядные изображения, но без знания геометрии и правил выполнения чертежей это невозможно.

Для доказательства этого тезиса рассмотрим различные способы решения задач:

- 1-й способ — традиционный, с использованием чертежа-рисунка;
- 2-й способ — на ортогональном чертеже;
- 3-й способ — в среде программы Inventor Autodesk.

**Задача 1.** В основании пирамиды  $SABC$  лежит равносторонний треугольник  $ABC$  со стороной, равной 1, боковое ребро  $SA$ , равное  $\sqrt{3}$ , перпендикулярно плоскости основания. Плоскость  $\alpha$  параллельна отрезкам прямых линий  $SB$  и  $AC$ , плоскость  $\beta$  параллельна прямым  $SC$  и  $AB$ . Требуется определить угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  [5].

**Решение. 1-й способ.** Плоскость  $\alpha$  — это параллелограмм 1-2-3-4, а плоскость  $\beta$  — параллелограмм 2-5-4-6. Линия пересечения этих плоскостей — отрезок [2-4] (рис. 1). Таким образом, угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  — это двугранный угол (3-2-4-6) (рис. 2). Мерой этого угла является линейный угол (3-6-7) [6]. Для его определения следует воспользоваться теоремой косинусов в треугольнике (3-6-7). Ответ:  $\approx 100^\circ$ .

**2-й способ.** Решение с использованием ортогональных проекций показано на рис. 3. Этот способ знаком студентам, изучающим начертательную геометрию [7]. Угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  определен способом преобразования чертежа [8]. С введением новой плоскости проекций  $\pi_3$ , перпендикулярной ребру (2-4) двугранного угла, получено его значение, равное  $100^\circ$ .

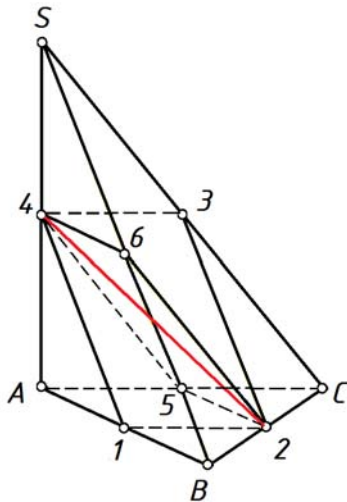


Рис. 1. Условие задачи 1

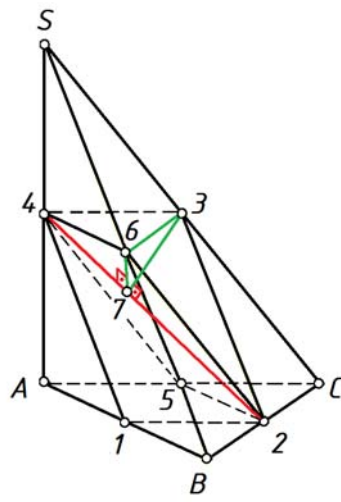


Рис. 2. Решение задачи 1

**3-й способ.** Электронная модель пирамиды получена в среде программы Inventor с использованием операции loft (рис. 4) [4]. В режиме эскиз построены плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Для определения значения двугранного угла введена плоскость  $\gamma$ . На рис. 5 приведен эскиз в плоскости  $\gamma$ , на котором с помощью операции проверка показан угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , равный  $100^\circ$ .

**Задача 2.** Ромб  $ABCD$ , угол  $BAD$  которого равен  $60^\circ$ , является основанием двух пирамид, расположенных по одну сторону от плоскости  $ABC$ . Вершина  $M_1$  первой из них проецируется в точку  $O$  — точку пересечения диагоналей ромба  $ABCD$ , а вершина  $M_2$  второй пирамиды — в точку  $D$ . Считая  $AB = M_1O =$

$= M_2O = a$ , найдите длину линии пересечения боковых поверхностей заданных пирамид (рис. 6) [9].

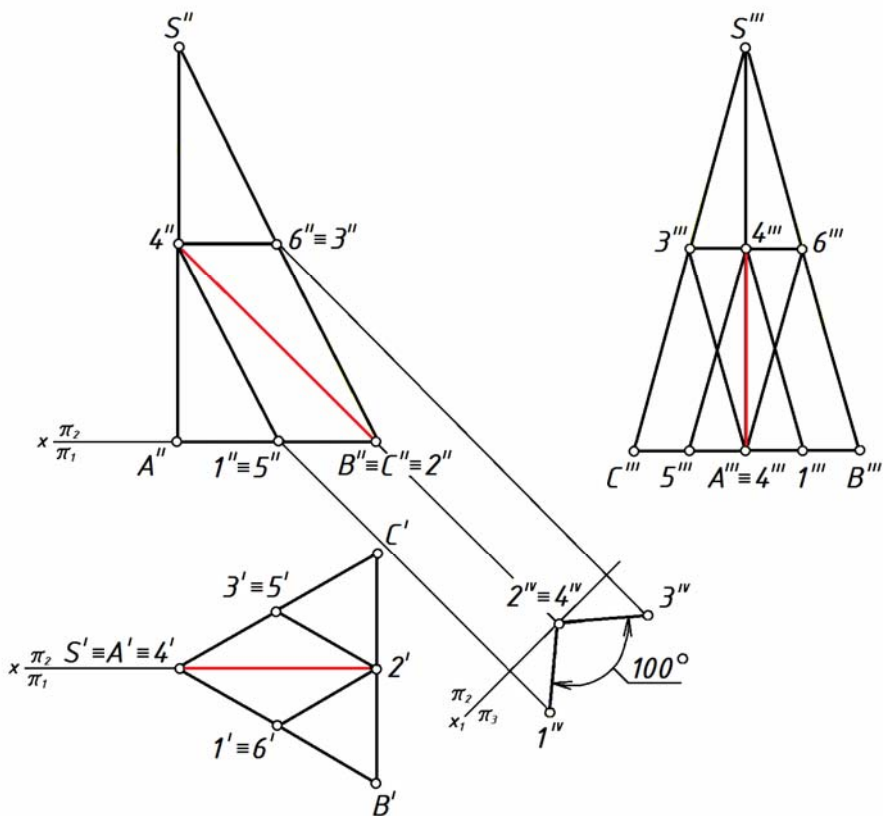


Рис. 3. Ортогональный чертёж к задаче 1

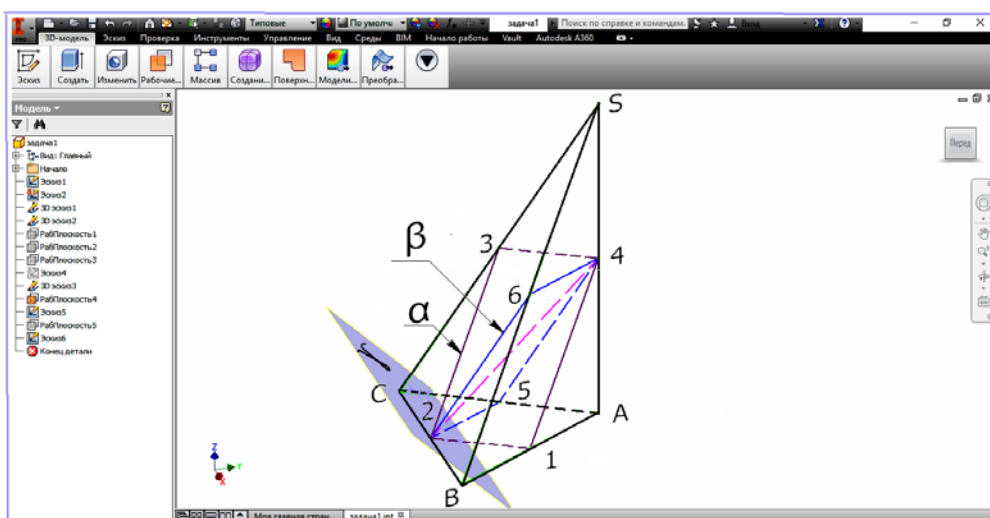


Рис. 4. Электронная модель к задаче 1

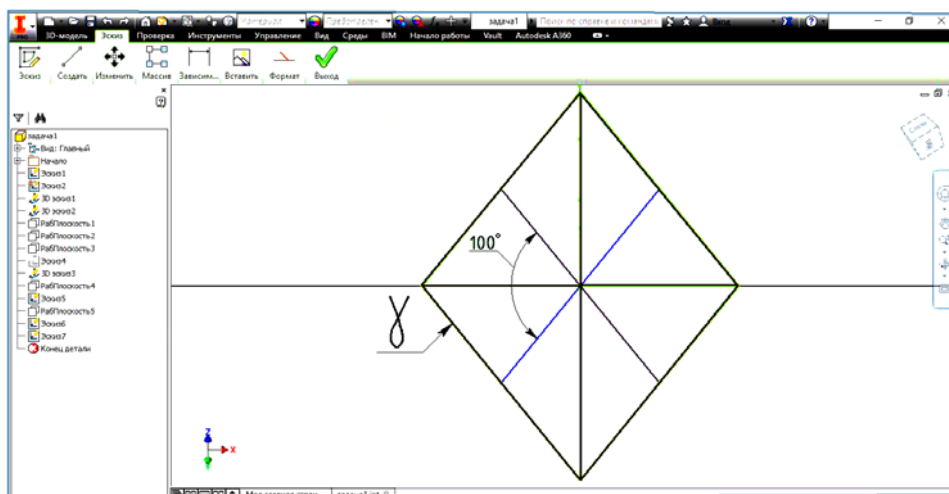


Рис. 5. Решение задачи 1 в программе Inventor

**Решение. 1-й способ.** На рис. 6 видно, что боковые ребра пирамид  $M_1D$  и  $M_2B$  лежат в одной плоскости  $M_1BDM_2$ , которая является плоскостью симметрии обеих пирамид. Обозначим точку пересечения этих ребер —  $M_3$ , тогда ломаная линия  $AM_3C$  является линией пересечения боковых поверхностей пирамид.

Введем декартову систему координат для плоскости симметрии  $M_1BDM_2$  (рис. 7) и составим уравнения прямых, содержащих ребра  $M_1D$  и  $M_2B$ .

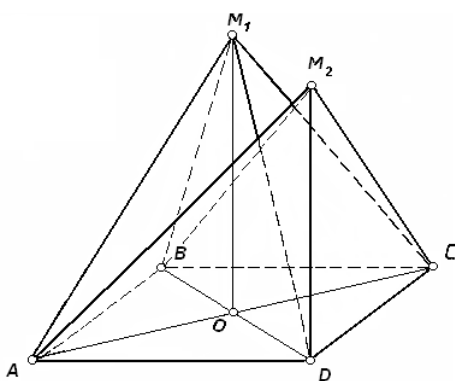


Рис. 6. Условие задачи 2

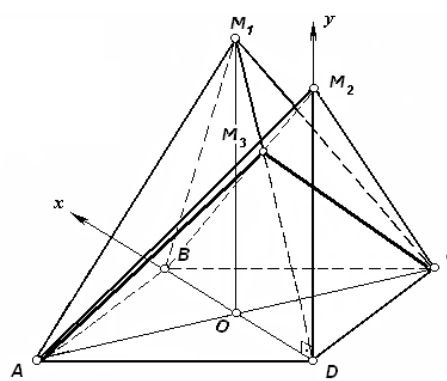


Рис. 7. Решение задачи 2

Определим координаты точек прямых:

$$M_1 \left( \frac{a}{2}; a \right); M_2 \left( 0; \frac{a\sqrt{3}}{2} \right); B(a; 0); D(0; 0).$$

Уравнение прямой  $M_1D$  имеет вид

$$y = 2x.$$

Составим уравнение прямой  $M_2B$ :

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x-a); \quad \frac{x-0}{a-0} = \frac{y-\frac{a\sqrt{3}}{2}}{0-\frac{a\sqrt{3}}{2}};$$

Найдем точку пересечения прямых  $M_1D$  и  $M_2B$  — точку  $M_3$ , решая совместно уравнения прямых:

$$2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x-a); \quad x = \frac{a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}; \quad y = \frac{2a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}.$$

Итак,

$$M_3 \left( \frac{a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}; \frac{2a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \right).$$

Определим длины отрезков  $M_3A$  и  $M_3C$ , причем  $M_3A = M_3C$ . Для этого введем еще одну ось координат — ось аппликат с направлением, параллельным диагонали  $AC$ . Тогда точки  $M_3$ ,  $A$  и  $C$  будут иметь следующие координаты:

$$M_3 \left( \frac{a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}; \frac{2a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}; 0 \right); \quad A \left( \frac{a}{2}; 0; -\frac{a\sqrt{3}}{2} \right); \quad C \left( \frac{a}{2}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2} \right);$$

$$M_3A = \sqrt{\left( \frac{a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} - \frac{a}{2} \right)^2 + \left( \frac{2a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{3a^2}{4}}.$$

Окончательно длина линии пересечения боковых поверхностей пирамид будет равна

$$2 \sqrt{\left( \frac{a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} - \frac{a}{2} \right)^2 + \left( \frac{2a\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{3a^2}{4}}.$$

**2-й способ.** Если задать числовое значение параметру  $a$ , то можно точно построить ортогональные проекции пирамид (рис. 8). По двум проекциям нетрудно определить длины отрезков  $M_3A$  и  $M_3C$ . После выполнения построений, показанных на рис. 9, несложно определить длину линии пересечения боковых поверхностей заданных пирамид. Безусловно, решение 2-м способом с использованием ортогональных проекций предпочтительнее.

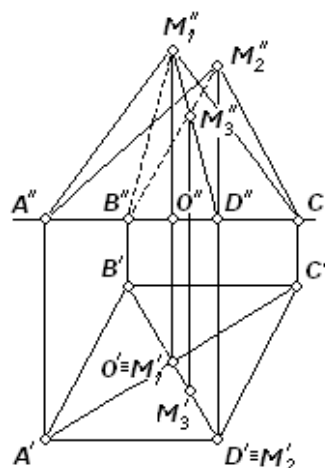


Рис. 8. Ортогональный чертёж к задаче 2

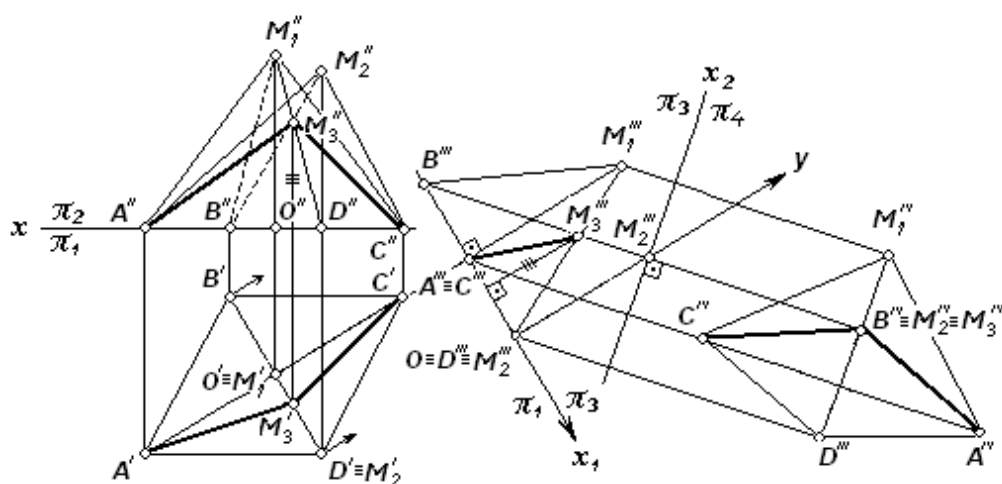


Рис. 9. Преобразование ортогональных проекций в задаче 2

**3-й способ.** Электронная модель к задаче 2 представлена на рис. 10. Используя команду *проверка*, можно определить длину линии пересечения боковых поверхностей заданных пирамид.

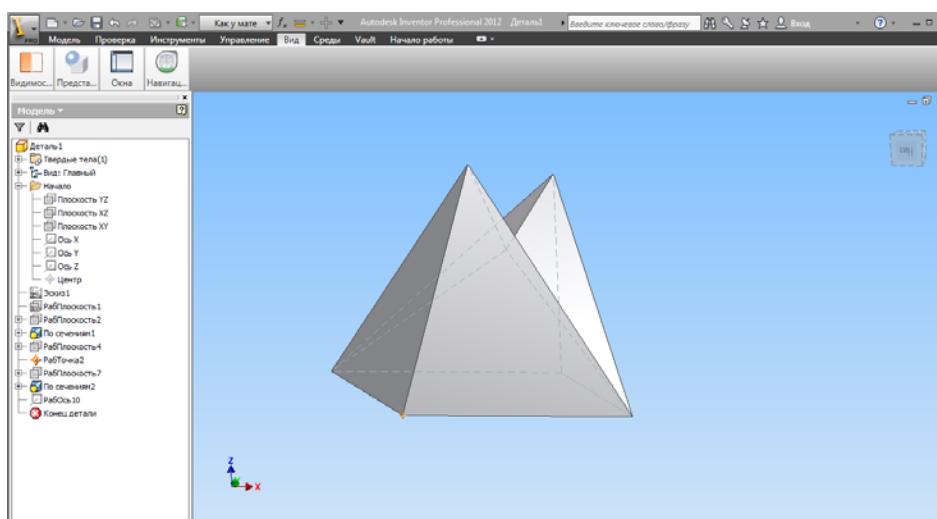


Рис. 10. Электронная модель к задаче 2

**Выводы.** 1. При изучении стереометрии возникает интерес к конструированию фигур не только на бумаге карандашом, но и реальных макетов.

2. Использование средств компьютерного моделирования является основой эффективного конструирования [10].

3. Хорошее знание геометрии, изучаемой в средней школе, способствует выбору инженерной профессии и является фундаментом при изучении таких технических дисциплин, как начертательная геометрия, инженерная графика, теоретическая механика и других.

## Литература

- [1] Карелина Т.М. Методы проблемного обучения. *Математика в школе*, 2000, № 5, с. 31–32.
- [2] Юренкова Л.Р., Бурлай В.В., Ковальчук А.К., Соколик А.Ю. *Решение стереометрических задач методом проекций*. Москва, Радио и связь, 2001, 38 с.
- [3] Федоренков А.П., Полубинская Л.Г. *Autodesk Inventor. Шаг за Шагом*. Москва, ЭКСМО, 2008, 336 с.
- [4] Журбенко П.А., Алиева Н.П., Сенченкова Л.С. *Построение моделей и создание чертежей деталей в системе AUTODESK INVENTOR*. Москва, ЭКСМО, 2009, 336 с.
- [5] Калинин А.Ю., Терешин Д.А. *Стереометрия*. Москва, МФТИ, 2001, 320 с.
- [6] Фролов С.А. *Начертательная геометрия*. Москва, ИНФРА-М, 2010, 285 с.
- [7] Юренкова Л.Р., Бурлай В.В., Аристов В.М., Аристова Е.П. *Основы построения чертежей*. Москва, РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2011, 168 с.
- [8] Юренкова Л.Р., Бурлай В.В. *Учитесь чертить или первый шаг в машиностроительном черчении*. Москва, МГОУ, 2008, 188 с.
- [9] Архив заданий Московской математической олимпиады.  
URL: [http://mos.olimpiada.ru/tasks/arch\\_math](http://mos.olimpiada.ru/tasks/arch_math) (дата обращения 11.05.2018).
- [10] Шарыгин И.Ф. Цели обучения в концепции школьной геометрии.  
URL: <http://www.itmathrepetitor.ru/i-f-sharygin-celi-obucheniya-v-konceptcii/> (дата обращения 11.05.2018).

**Беленикина Анастасия Федоровна** — студентка кафедры «Оборудование и технологии прокатки» МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Богатырев Егор Юрьевич** — студент кафедры «Биомедицинские технические системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Юренкова Любовь Романовна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Инженерная графика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

---

## COMPUTER-GENERATED SIMULATION AT THE INITIAL STAGE OF ENGINEER TRAINING

A.F. Belenikina

erik12berg@mail.ru

SPIN-code: 4441-2839

E.Yu. Bogatyrev

efkgr@yandex.ru

SPIN- code: 4062-1342

**Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation**

---

### Abstract

*First and second year students of the technical university face the greatest challenges when studying such subjects as “Descriptive Geometry” and “Engineering Graphics”. The school subjects “Drawing” and “Geometry” help to acquire drawing skills and afterwards allow taking a meaningful step towards choosing an engineering profession. The article considers stereometric problems which are solved by means of the traditional school approach with the use of the descriptive geometry apparatus. Constructing the electronic models of geometric figures by applying computer-generated simulation helps to present the solid figures in a better way.*

### Keywords

*Solid geometry, Drawing, Descriptive Geometry, picture, orthographic drawing, electronic model, computer-generated simulation, engineer training*

Received 08.06.2018

© Bauman Moscow State Technical University, 2018

---

### References

- [1] Karelina T.M. Method of problem-based learning. *Matematika v shkole*, 2000, no. 5, pp. 31–32.
- [2] Yurenkova L.R., Burlay V.V., Koval'chuk A.K., Sokolik A.Yu. Reshenie stereometricheskikh zadach metodom proektsiy [Solving stereometric problems by projection method]. Moscow, Radio i svyaz' publ., 2001, 38 p.
- [3] Fedorenkov A.P., Polubinskaya L.G. Autodesk Inventor. Shag za shagom [Autodesk Inventor. Step by step]. Moscow, Eksmo publ., 2008, 336 p.
- [4] Zhurbenko P.A., Alieva N.P., Senchenkova L.S. Postroenie modeley i sozдание chertezhey detaley v sisteme AUTODESK INVENTOR [Building models and creating drawings of parts in AUTODESK INVENTOR]. Moscow, EKSMO publ., 2009, 336 p.
- [5] Kalinin A.Yu., Tereshin D.A. Stereometriya [Stereometry]. Moscow, MIPT publ., 2001, 320 p.
- [6] Frolov S.A. Nachertatel'naya geometriya [Descriptive geometry]. Moscow, INFRA-M publ., 2010, 285 p.
- [7] Yurenkova L.R., Burlay V.V., Aristov V.M., Aristova E.P. Osnovy postroeniya chertezhey [Basics of making technical drawings]. Moscow, Dmitry Mendeleev UCT of Russia publ., 2011, 168 p.
- [8] Yurenkova L.R., Burlay V.V. Uchites' chertit' ili pervyy shag v mashinostroitel'nom cherchenii [Learn to draw or the first step in machine drawing]. Moscow, MRSU publ., 2008, 188 p.
- [9] Arkhiv zadaniy Moskovskoy matematicheskoy olimpiady [Archive of Moscow academic competitions tasks]. Available at: [http://mos.olimpiada.ru/tasks/arch\\_math](http://mos.olimpiada.ru/tasks/arch_math) (accessed 11 May 2018).



- [10] Sharygin I.F. Tseli obucheniya v kontseptsii shkol'noy geometrii [Goals of studying school geometry concept]. Available at: <http://www.itmathrepetitor.ru/i-f-sharygin-celi-obucheniya-v-koncepcii/> (accessed 11 May 2018).

**Belenikina A.F.** — student, Department of Rolling Equipment and Technology, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Bogatyrev E.Yu.** — student, Department of Biomedical Engineering Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — L.R. Yurenkova, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Engineering Graphics, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.