

## ВЫБОР КОЭФФИЦИЕНТОВ УСИЛЕНИЯ КОНТУРА СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ УГЛА ТАНГАЖА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С УЧЕТОМ ДОПУСКОВ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ И МАССОВО-ЦЕНТРОВОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Фам Суан Чыонг

truongpx@mta.edu.vn

SPIN-код: 3328-1989

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Целью работы является разработка подхода для выбора коэффициентов заданного закона стабилизации угла тангажа с учетом допусков на аэродинамические и массово-центровочные характеристики статически устойчивого беспилотного летательного аппарата (БПЛА), обеспечивающие выполнение основной задачи, а именно обеспечение устойчивости полета на заданном режиме. Данная задача сводится к выбору искомым коэффициентов, обеспечивающих выполнение условий теоремы В.Л. Харитонова о робастной устойчивости систем с интервальной неопределенностью. Сформулировано утверждение, что для статически устойчивого БПЛА всегда существует область искомым параметров, при которых система стабилизации робастно устойчива. Предложен инженерный подход, основанный на теореме В.Л. Харитонова и методе  $D$ -разбиений, для выбора коэффициентов заданного закона стабилизации угла тангажа. Применение данного подхода проиллюстрировано на примере.

### Ключевые слова

Беспилотный летательный аппарат, система управления полетом, система стабилизации, закон стабилизации, крылатая ракета, теорема В.Л. Харитонова, метод  $D$ -разбиений, робастная устойчивость

Поступила в редакцию 26.04.2018

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

---

**Введение.** Современный этап развития системы управления полетом (СУП) характеризуется все возрастающими требованиями к точности удержания центра масс беспилотного летательного аппарата (БПЛА) на траектории полета и его угловой ориентации на ней, что свидетельствует об актуальности данной работы.

Проектирование современной системы стабилизации представляет собой сложную комплексную задачу. Это обусловлено тем, что управление полетом БПЛА — это в общем случае управление пространственным положением упругого тела переменной массы, находящегося под воздействием гравитационных, инерционных, аэродинамических сил и моментов, а также силы тяги двигательной установки, при этом движение тела описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений высокой размерности с переменными коэффи-

циентами, которые зависят от конструкции аппарата, параметров полета и характеристик атмосферы.

Система стабилизации короткопериодического движения БПЛА, как правило, является двухконтурной [1]. При этом внутренний контур демпфирования замыкается по угловой скорости изменения угла тангажа, а внешний контур — либо по углу, либо по перегрузке.

В работе рассмотрено замыкание по перегрузке, поскольку такая структура обеспечивает практически постоянную пропорциональную зависимость между сигналом управления (наведения) и достигаемой при этом управляющей нормальной силой во всем диапазоне применения, высокое быстродействие обработки управляющего сигнала, высокую точность стабилизации на прямолинейных участках полета в условиях турбулентности атмосферы, простую реализацию ограничений на угол атаки и перегрузку.

**Исследование влияния аэродинамических допусков на устойчивость полета беспилотного летательного аппарата.** В статье рассмотрено продольное движение БПЛА в атмосфере.

При движении в вертикальной плоскости силы, моменты и углы, описывающие изменение боковых параметров, тождественно обращаются в нуль, таким образом,  $\varphi = 0, \psi = 0, \beta = 0, \gamma = \gamma_c = 0, F_z = 0, \sum M_{xa} = \sum M_{ya} = 0, \omega_x = \omega_y = 0$ .

Схема БПЛА с указанием действующих на него сил и моментов представлена на рис. 1.

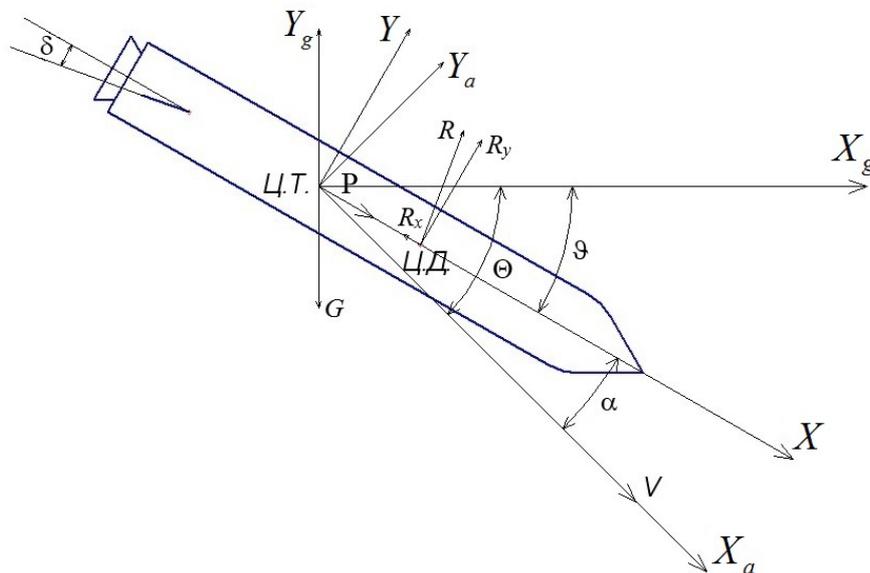


Рис. 1. Схема БПЛА:

$R$  — вектор результирующей аэродинамической силы, действующей на аппарат;  $R_x$  — вектор тангенциальной силы (проекция вектора  $R$  на ось  $OX$ );  $R_y$  — вектор нормальной аэродинамической силы (проекция вектора  $R$  на ось  $OY$ );  $P$  — сила тяги двигателя;  $G = mg$  — вектор силы тяжести;

$\delta$  — угол отклонения руля;  $\vartheta$  — угол тангажа;  $\alpha$  — угол атаки;  $\Theta$  — угол наклона траектории

С учетом того что стабилизация осуществляется в режиме малых отклонений координат состояния, используем линеаризованную систему дифференциальных уравнений [2], описывающих продольное движение с учетом закона стабилизации и динамики рулевого привода:  $X, X_g, X_a$

$$\begin{cases} \ddot{\vartheta} = M_z^\alpha \alpha + M_z^{\delta_b} \delta_b; \\ \dot{\Theta} = Y^\alpha \alpha; \\ \Theta = \vartheta + \alpha; \\ \sigma = K_{\dot{\vartheta}} \dot{\vartheta} + K_{n_y} n_y; \\ \frac{T}{D} \ddot{\delta} + \frac{1}{D} \dot{\delta} + \delta = \sigma; \\ n_y = \frac{C_y^\alpha \alpha q S}{mg}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\delta$  — угол отклонения руля;  $\vartheta$  — угол тангажа;  $\alpha$  — угол атаки;  $\Theta$  — угол наклона траектории;  $q$  — скоростной напор;  $M_z^\alpha$  — аэродинамический момент, характеризующий статическую устойчивость БПЛА;  $M_z^{\delta_b}$  — аэродинамический момент, характеризующий эффективность рулей высоты;  $Y^\alpha$  — приращение угловой скорости, касательной к траектории, вызванное отклонением угла атаки на единицу;  $m_z^\alpha, m_z^\delta, C_y^\alpha$  — линеаризованные значения коэффициентов аэродинамических сил и моментов в расчетном диапазоне для угла атаки и числа Маха;  $D$  — добротность;  $S$  — площадь миделева сечения;  $m$  — масса БПЛА;  $n_y$  — нормальная перегрузка;  $T$  — постоянная времени;  $\sigma$  — закон стабилизации;  $K_{\dot{\vartheta}}$  — коэффициент усиления угловой скорости тангажа;  $K_{n_y}$  — коэффициент усиления по перегрузке. Все эти величины подлежат определению.

Характеристический полином системы (1) имеет следующий вид:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + a_5, \quad (2)$$

Поскольку коэффициенты характеристического полинома зависят от аэродинамических и массово-центровочных характеристик БПЛА, которые заданы в некоторых интервалах, определяемых допусками на изготовление, сборку, центровку и т. д., они определены с точностью до принадлежности их к некоторым интервалам:

$$D(s) = \left\{ D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + a_5; \text{ где } \underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i \text{ и } \underline{a}_0 > 0 \right\}, \quad (3)$$

Таким образом, имеем интервальный характеристический полином, в котором коэффициенты могут независимо друг от друга принимать значения в своих интервалах неопределенности  $[\underline{a}_i, \bar{a}_i]$ . В связи с этим при проектировании систем стабилизации БПЛА основная задача состоит в обеспечении желаемого качества ее функционирования при любых возможных значениях интерваль-

ных коэффициентов, т. е. должен закладываться высокий уровень робастности, и в первую очередь наличие робастной устойчивости [3–5].

Фундаментальные результаты, позволяющие исследовать робастную устойчивость системы с интервальной неопределенностью, получены В.Л. Харитоновым [6].

Теорема Харитонова сформулирована следующим образом: для робастной устойчивости интервального семейства (3) необходимо и достаточно, чтобы все полиномы Харитонова были устойчивы, т. е. являлись полиномами Гурвица. Следовательно, необходимо определить коэффициенты закона стабилизации в (1) так, чтобы выполнялось условие данной теоремы.

Для решения этой задачи можно использовать детально разработанную аналитическую теорию синтеза  $H_\infty$  оптимальных регуляторов, однако теория  $H_\infty$  не позволяет ограничить порядок регулятора и, как следствие, прямое ее применение к синтезу регулятора заданной структуры сопряжено с существенными трудностями, но возможно [7].

Широкое распространение и эффективное использование в практике проектирования систем стабилизации БПЛА получил метод D-разбиений [1]. Его также используют и для синтеза регуляторов заданной структуры низкого порядка по критерию  $H_\infty$  [8].

Можно утверждать, что для статически устойчивого БПЛА всегда существует область параметров  $K_{\delta}$  и  $K_{n_y}$ , при которых система стабилизации (1) с интервальным характеристическим полиномом (3) робастно устойчива.

Действительно, в случае разомкнутой системы стабилизации, т. е.  $K_{\delta} = 0$  и  $K_{n_y} = 0$ , она устойчива по определению. Таким образом, все полиномы Харитонова для (3) являются полиномами Гурвица. Как следует из 6-го свойства устойчивых полиномов [9], если полином  $p(s_1, s_2, \dots, s_m) \in P_{n_1 n_2 \dots n_m}$  устойчив, то всегда найдется  $\varepsilon > 0$ , такое, что все полиномы — векторы коэффициентов, которых лежат в  $\varepsilon$ -окрестности вектора коэффициентов полинома  $p(s_1, s_2, \dots, s_m)$ , будут устойчивыми полиномами из  $P_{n_1 n_2 \dots n_m}$ .

Следовательно, существуют  $K_{\delta}$  и  $K_{n_y}$ , отличные от нуля, которые входят в вектор коэффициентов устойчивых полиномов, принадлежащих окрестности исходного полинома.

Для выбора коэффициентов заданного закона стабилизации предлагается инженерный подход, основанный на теореме В.Л. Харитонова и методе D-разбиений в плоскости искоемых параметров, которые входят в интервальный характеристический полином (3). Этот подход заключается в следующем. Как известно, необходимо исследовать не все полиномы Харитонова, а только наихудший с точки зрения устойчивости полином [10]. Таким образом, необходимо определить данный полином, построить область устойчивости в плоскости параметров  $K_{\delta}$ ,  $K_{n_y}$  и выбрать искоемые коэффициенты.

При решении практических задач синтеза системы стабилизации БПЛА все допуски на изготовление составных частей, сборку, центровку БПЛА и т. д. сводятся к двум аэродинамическим коэффициентам, а именно:

$$\underline{m}_z^\alpha \leq m_z^\alpha \leq \bar{m}_z^\alpha; \quad \underline{m}_z^\delta \leq m_z^\delta \leq \bar{m}_z^\delta.$$

Наихудшим вариантом с точки зрения устойчивости, исходя из физического смысла данных коэффициентов, является уменьшение области устойчивости  $m_z^\alpha$  и увеличение управляемости  $m_z^\delta$ , наилучшим — наоборот, все остальные варианты промежуточные. Следовательно, необходимо построить область D-разбиений для первого варианта и выбрать коэффициенты из области устойчивости, исходя из практики проектирования подобных систем либо исходя из требований, предъявляемых к системе.

Рассмотрим пример. Пусть заданы номинальные значения динамических коэффициентов для горизонтального полета, допуска и параметры рулевого привода:  $a_{12} = 12,447$ ;  $a_{13} = -8,298$ ;  $a_{42} = 0,1844$ ;  $C_y^\alpha = 0,16$ ;  $\Delta m_z^\alpha = \pm 0,01 C_y^\alpha$ ;  $\Delta m_z^\delta = \pm 20\%$ ;  $T = 0,01$  с;  $D = 60$ ;  $m_z^\delta = -0,005$ ;  $m_z^\alpha = 0,0075$ .

С учетом допусков на аэродинамические коэффициенты требуется определить  $K_{\dot{\vartheta}}$  и  $K_{n_y}$ , такие, при которых система (1) устойчива, причем она должна обладать следующими запасами устойчивости: по амплитуде —  $\Delta A = 6...20$  дБ, а по фазе —  $\Delta \varphi = 30...60^\circ$ .

На основании изложенного выше построена область устойчивости в плоскости искомых параметров для наихудшего случая  $N_+$  с точки зрения устойчивости и для наглядности показаны области устойчивости для номинальных значений динамических коэффициентов  $N_{\text{ном}}$  и наилучшего варианта  $N_-$ , которые отображены на рис. 2.

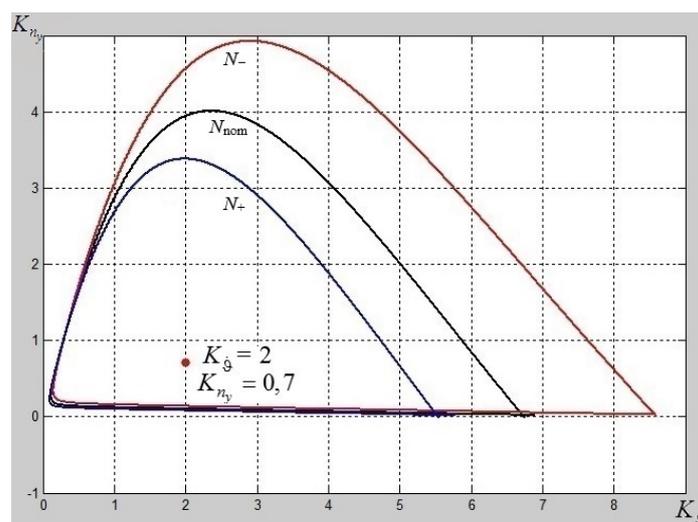


Рис. 2. Влияние допусков на области устойчивости

Выбор значений коэффициентов осуществляли с учетом из требуемых значений запасов устойчивости по фазе и амплитуде. Вначале, исходя из практики проектирования подобных систем стабилизации, выбрали значение  $K_{\delta} = 2$ . Затем построили годограф Найквиста для различных значений  $K_{n_y}$  и, учитывая требуемые запасы устойчивости по фазе и амплитуде, выбрали значение  $K_{n_y} = 0,7$ .

На рис. 3 наглядно видно, что выбор коэффициентов заданного закона стабилизации угла тангажа, проведенный для номинальных значений динамических коэффициентов, может привести к неверному результату.

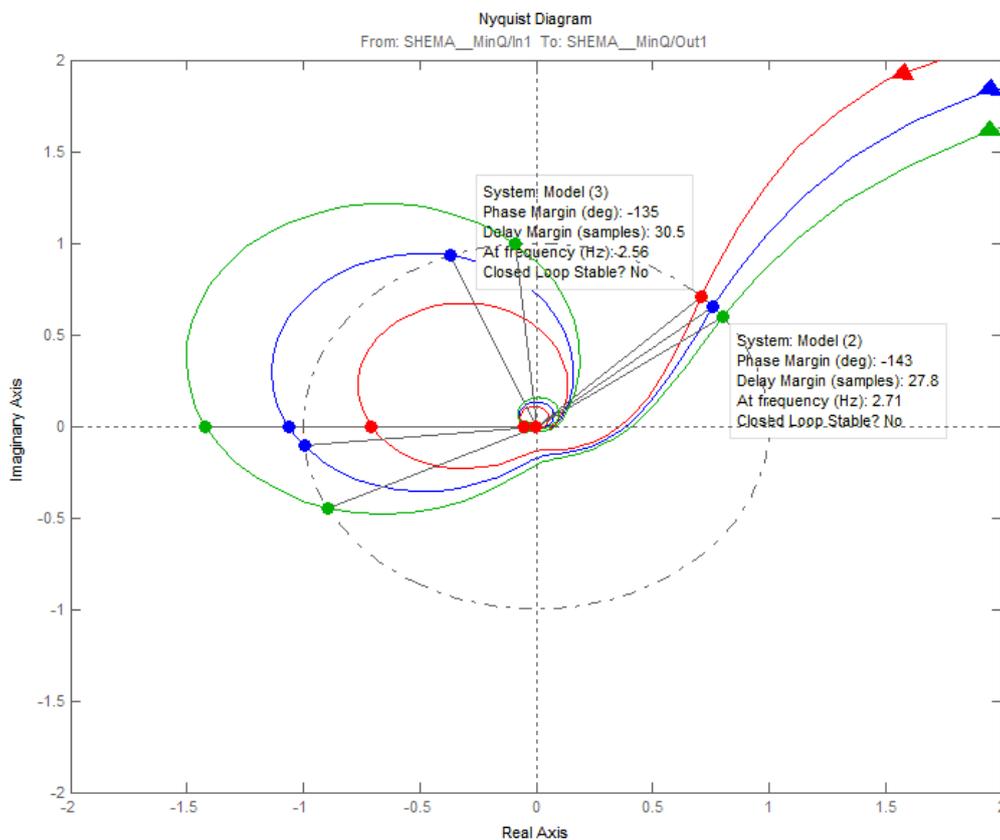


Рис. 3. Вид годографа Найквиста при  $K_{n_y} = 0,7$  для различных значений коэффициента  $K_{\delta}$  :

Nyquist Diagram — годограф Найквиста; Imaginary Axis — мнимая ось; Real Axis — действительная ось; System Model — системная модель; Phase Margin — фазовый запас; Delay Margin — запаздывание; At frequency — на частоте; Closed Loop Stable? No — замкнутый контур ? нет

**Заключение.** Таким образом, в работе предложен инженерный подход к выбору коэффициентов заданного закона стабилизации угла тангажа с учетом допусков на аэродинамические и массово-центровочные характеристики статически устойчивого БПЛА, основанный на методе D-разбиений и обеспечиваю-

ций выполнение условий теоремы В.Л. Харитонова о робастной устойчивости систем с интервальной неопределенностью. Применение данного подхода проиллюстрировано на примере.

### Литература

- [1] Воробьёв В.В., Киселёв А.М., Поляков В.В. *Системы управления летательных аппаратов*. Москва, ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2008, 203 с.
- [2] Михалёв И.А., Окоёмов Б.Н., Чикулаев М.С. *Системы автоматического управления самолетом*. Москва, Машиностроение, 1987, 240 с.
- [3] Bialas S., Garloff J. Stability of polynomials under coefficient perturbations. *IEEE Trans. On Autom. Control*, 1985, vol. 30, no. 3, pp. 310–312.
- [4] Dorato P., Tempo R., Muscato G. Bibliography on robust control. *Automatica*, 1993, vol. 29, no. 1, pp. 201–213.
- [5] Foo Y.K., Soh Y.C. Root clustering of interval polynomials in the left sector. *Syst. Control Letters*, 1989, vol. 13, pp. 239–245.
- [6] Новокшионов С.В. *Анализ и синтез интервальных систем с гарантируемой динамикой на основе робастных и адаптивных алгоритмов*. Дис. ... канд. техн. наук. Томск, 2003, 182 с.
- [7] Грязина Е.Н., Поляк Б.Т., Тремба А.А. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию Н<sub>∞</sub>: параметрический подход. *Автоматика и телемеханика*, 2007, № 3, с. 94–105.
- [8] Вадутов О.С. Синтез регуляторов пониженного порядка по заданному расположению полюсов замкнутой системы. *Известия ТПУ*, 2007, т. 311, № 5, с. 14–18.
- [9] Ногин В.Д. *Теория устойчивости движения*. Санкт-Петербург, СПбГУ, 2008, 153 с.
- [10] Дорф Р., Бишоп Р. *Современные системы управления*. Москва, Лаборатория базовых знаний, 2002, 832 с.

**Фам Суан Чыонг** — студент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

**Научный руководитель** — Лукьянова Наталия Викторовна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

---

**SELECTING THE LOOP GAINS OF THE UNMANNED AERIAL VEHICLE  
PITCH ATTITUDE CONTROL SYSTEM WITH ALLOWANCE  
FOR TOLERANCES ON THE AERODYNAMIC  
AND MASS CENTERING CHARACTERISTICS**

Fam Suan Chyong

truongpx@mta.edu.vn

SPIN-code: 3328-1989

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

**Abstract**

*The aim of the paper is to develop an approach to selecting the coefficients of the attitude control specified law with allowance for tolerances on the aerodynamic and mass centering characteristics of the statically stable unmanned aerial vehicle (UAV). These characteristics provide the fulfillment of the main task, namely ensuring the flight stability at the set mode. The task reduces to choosing the required coefficients, providing the fulfillment of the Khari-tonov theorem conditions concerning the robust stability of the systems with the interval indeterminacy. We have formulated a statement that for the statically stable UAV there always exists an area of the required parameters at which the attitude control system is robustly stable. The article suggests an engineering approach, based on the Khari-tonov theorem and D-partitioning method, to select-ing the coefficients of the specified attitude control law. The application of this approach is illustrated by the example.*

**Keywords**

*Unmanned aerial vehicle, flight con-trol system, attitude control system, stabilization law, cruise missile, Kharitonov theorem, D-partitioning method, robust stability*

© Bauman Moscow State Technical University, 2018

---

**References**

- [1] Vorob'yev V.V., Kiselev A.M., Polyakov V.V. Sistemy upravleniya letatel'nykh apparatov [Aircraft control systems]. Moscow, VVIA im. N.E. Zhukovskogo publ., 2008, 203 p.
- [2] Mikhalev I.A., Okoemov B.N., Chikulaev M.S. Sistemy avtomaticheskogo upravleniya samo-letom [Aircraft automatic control systems]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1987, 240 p.
- [3] Bialas S., Garloff J. Stability of polynomials under coefficient perturbations. *IEEE Trans. On Autom. Control*, 1985, vol. 30, no. 3, pp. 310–312.
- [4] Dorato P., Tempo R., Muscato G. Bibliography on robust control. *Automatica*, 1993, vol. 29, no. 1, pp. 201–213.
- [5] Foo Y.K., Soh Y.C. Root clustering of interval polynomials in the left sector. *Syst. Control Letters*, 1989, vol. 13, pp. 239–245.
- [6] Novokshonov S.V. Analiz i sintez interval'nykh sistem s garantiruemoy dinamikoy na osnove robastnykh i adaptivnykh algoritmov. Dis. kand. tekhn. nauk [Analysis and syn-thesis of intervallic systems with guaranteed dynamics based on robust and adaptive algo-rithms. Kand. tech. sci. diss.]. Tomsk, 2003, 182 p.
- [7] Gryazina E.N., Polyak B.T., Tremba A.A. Design of the low-order controllers by the H<sub>∞</sub> criterion: A parametric approach. *Avtomatika i telemekhanika*, 2007, no. 3, pp. 94–105. (Eng. version: *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68, no. 3, pp. 456–466.)

- [8] Vadutov O.S. Synthesis of low-order regulators by specified placement of closed system poles. *Izvestiya TPU*, 2007, vol. 311, no. 5, pp. 14–18. (Eng. version: *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2007, vol. 311, no. 5, pp. 13–16.)
- [9] Nogin V.D. Teoriya ustoychivosti dvizheniya [Theory of motion stability]. Sankt-Peterburg, SPbGU publ., 2008, 153 p.
- [10] Dorf R.C., Bishop R.H. Modern Control Systems. Prentice Hall, 2001, 831 p. (Russ. ed.: *Sovremennye sistemy upravleniya*. Moscow, Laboratoriya bazovykh znaniy publ., 2002, 832 p.)

**Fam Suan Chyong** — student, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

**Scientific advisor** — N.V. Luk'yanova, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.