

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ АЭРОВЗВЕСИ ЧАСТИЦ АЛЮМИНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

Г.А. Щетинин

gashetinin@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Проанализированы существующие подходы к моделированию процессов воспламенения и горения порошкообразных металлических горючих. Рассмотрена математическая модель для аэровзвеси частиц алюминия и предложена новая конечно-разностная схема для численного решения системы дифференциальных уравнений. Показана хорошая сходимости полученных результатов расчета и данных, представленных в работе [1].

Ключевые слова

Воспламенение, горение, порошкообразные металлические горючие, плотность распределения вероятности

Поступила в редакцию 02.07.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

В последние десятилетия область применения порошкообразных металлов постоянно растет: их используют в качестве добавок к горючему в смесевых твердотопливных композициях, предназначенных для ракетных двигателей. При добавлении порошкообразных металлов повышаются энергетические и массогабаритные характеристики двигательных установок. В то же время существует ряд известных ограничений, не позволяющих в полной мере реализовать энергетический потенциал порошкообразных металлических горючих (ПМГ), обусловленный особенностью процессов их воспламенения и горения [1, 2]. В связи с этим актуальной является задача создания численного метода и на его основе программного обеспечения, которое позволило бы исследовать процессы воспламенения и горения ПМГ. Данная работа посвящена апробированию новой разностной схемы для возможного дальнейшего использования в более сложных задачах (с введением второй пространственной координаты).

Физическая модель. ПМГ можно рассматривать как двухфазную среду, состоящую из газа и множества частиц горючего (дисперсная фаза). Газовая фаза описывается системой дифференциальных уравнений, содержащей уравнения неразрывности, сохранения компонентов, состояния идеального газа и баланса счетной концентрации частиц дисперсной фазы. Систему уравнений, описывающую эволюцию газовой фазы, можно представить в переменных Эйлера [1]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div}(u\rho) = -\sum_i G_i; \quad (1)$$

$$p = (1-z)\rho RT; \quad (2)$$

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial \tau} + u\rho C \operatorname{grad} T = \operatorname{div}((\lambda + \lambda_m) \operatorname{grad} T) + Q; \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial m_i}{\partial \tau} + \rho u \operatorname{grad} m_i = \operatorname{div}(\rho(D + D_m) \operatorname{grad} m_i) \pm G_i; \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + \operatorname{div}(nu) = 0, \quad (5)$$

где ρ — плотность газа, кг/м³; τ — модельное время; u — скорость газа, м/с; G_i — источниковый член, определяющий массовую скорость образования или исчезновения i -го компонента газа, кг/(м³·с); p — давление газа, Па; z — относительная массовая концентрация компонентов k -фазы (конденсированной фазы); R — универсальная газовая постоянная, $R = 8,31$ Дж/(моль·К); T — температура, К; C — теплоемкость, Дж/(кг·К); λ — коэффициент молекулярной теплопроводности газа, Вт/(м·К); λ_m — коэффициент турбулентной теплопроводности газа, Вт/(м·К); Q — источниковый член, определяющий поток тепла в газовую фазу, Дж/(м³·с); m_i — относительная массовая концентрация i -го компонента газа; D — коэффициент молекулярной диффузии газа, м²/с; D_m — коэффициент турбулентной диффузии газа, м²/с; n — счетная концентрация частиц во всей расчетной области, 1/см³.

Источниковые члены в уравнениях (3) и (4) определяются следующим образом [1]:

$$Q = n_k \Delta H \frac{dm_k}{d\tau};$$

$$G_i = v_i n_k m_i \frac{dm_k}{d\tau},$$

где n_k — счетная концентрация частиц; m_k — относительная массовая концентрация частиц; v_i — мольный стехиометрический коэффициент; ΔH — тепловой эффект химической реакции, Дж/кг, — отнесенное к изменению химической переменной количество теплоты, полученное системой, в которой прошла химическая реакция, и продукты реакции приняли температуру реагентов.

Реальные ПМГ являются полидисперсными, поэтому необходимо учитывать распределение частиц по размеру и температуре. Наиболее перспективным является использование функции плотности распределения вероятности (ПРВ), которую обозначим как P . В данной задаче ПРВ зависит от координаты x , ради-

уса r_k и температуры T_k частицы ПМГ. Произведение $P(t, x, r_k, T_k) dT_k dr_k$ описывает вероятность того, что значения радиуса и температуры частицы, находящейся в момент времени t в координате x , принадлежат интервалам $r_k \dots (r_k + dr_k)$ и $T_k \dots (T_k + dT_k)$.

Система, моделирующая дисперсную фазу, состоит из функции ПРВ, уравнений для потоков тепла, массы и счетной концентрации частиц [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n_k}{\partial \tau} - \iint \frac{D_k^*}{X^2} \frac{\partial X^2}{\partial X} \frac{\partial n_k P}{\partial X} dr_k dT_k + \iint \frac{1}{X^2} \frac{\partial}{\partial X} X^2 u_k n_k P dr_k dT_k = 0; \\ \frac{\partial n_k P}{\partial \tau} - \frac{D_k^*}{X^2} \frac{\partial X^2}{\partial X} \frac{\partial n_k P}{\partial X} + \frac{1}{X^2} \frac{\partial}{\partial X} X^2 u_k n_k P + \frac{\partial \omega_k n_k P}{\partial T_k} + \frac{\partial f_k n_k P}{\partial r_k} = 0; \\ Q = \Delta H \iint 4\pi r_k^2 \rho_k n_k f_k P dT_k dr_k - \iint \frac{4}{3} \pi r_k^3 C_k \rho_k \omega_k n_k P dT_k dr_k; \\ G = K_{m0} \iint 4\pi r_k^2 \rho_k n_k f_k P dT_k dr_k, \end{array} \right.$$

где D_k^* — коэффициент диффузии; u_k — скорость частицы; ω_k — скорость изменения температуры частицы, К/с; f_k — скорость изменения радиуса частицы, м/с; K_{m0} — массовое стехиометрическое соотношение (соотношение между окислителем и горючим, удовлетворяющее уравнению элементарной одностадийной химической реакции); G — источниковый член, определяющий массовую скорость образования или исчезновения частиц.

Математическая модель. Перепишем систему уравнений (1)–(5), раскрыв математические функции градиента и дивергенции:

для уравнения (1)

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (u\rho)}{\partial x} = -\sum_j G_j;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = -\sum_j G_j;$$

для уравнения (3)

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial \tau} + u \rho C \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial \left((\lambda + \lambda_\tau) \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + Q;$$

для уравнения (4)

$$\rho \frac{\partial m_i}{\partial \tau} + \rho u \frac{\partial m_i}{\partial x} = \frac{\partial \left(\rho (D + D_\tau) \frac{\partial m_i}{\partial x} \right)}{\partial x} \pm G_i;$$

для уравнения (5)

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + n \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial n}{\partial x} = 0.$$

Начальные значения давления, температуры и относительной массовой концентрации окислителя при $\tau = 0$:

$$p = 0,1 \text{ МПа}, T^0 = 300 \text{ К}, u = u_0 = 1 \text{ м/с}.$$

В качестве горючего использован порошкообразный алюминий. В начальный момент времени воспламенение частиц осуществляется горячим газом, который находится во всем объеме $x_0 < x < x_\infty$ и имеет температуру $T_{ig} = \text{const} = 2300 \text{ К}$. Скорость распространения фронта пламени рассчитывается по массовой скорости выгорания, находящегося в недостатке:

$$w_f = \begin{cases} \frac{1}{\rho_0} \int \langle G_{O_2} d \rangle X & \text{при } \alpha < 1; \\ \frac{2,21\alpha}{\rho_0} \int \langle G_k dX \rangle & \text{при } \alpha \geq 1. \end{cases}$$

Здесь ρ_0 — начальная плотность газа; $\langle G_{O_2} \rangle$ — осредненная по состоянию частиц скорость реагирования кислорода (окислителя); $\langle G_k \rangle$ — осредненная по состоянию частиц скорость реагирования алюминия; α — коэффициент избытка окислителя,

$$\alpha = \frac{\Delta m_p}{(m_k^0 - \Delta m_k) K_{m0}},$$

где Δm_p — изменение относительной массовой концентрации прореагировавшего окислителя; m_k^0 — начальная относительная массовая концентрация прореагировавшего алюминия; Δm_k — изменение относительной массовой концентрации прореагировавшего алюминия.

Граничные условия в предположении нормального закона распределения частиц имеют следующий вид:

$$x = x_0 : u = u_k, \rho = \rho_0, T = T_k^0, P = \gamma(r_k) \gamma(T_k - T_k^0);$$

$$x = x_\infty : \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial m}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} = 0,$$

где $\gamma(r_k)$ и $\gamma(T_k - T_k^0)$ — функции начального распределения частиц по радиусу и температуре,

$$\gamma(r_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{r_k - \langle r_k \rangle}{0,18 r_k^2}\right)^2}.$$

Общая схема рассматриваемого процесса показана на рис. 1.

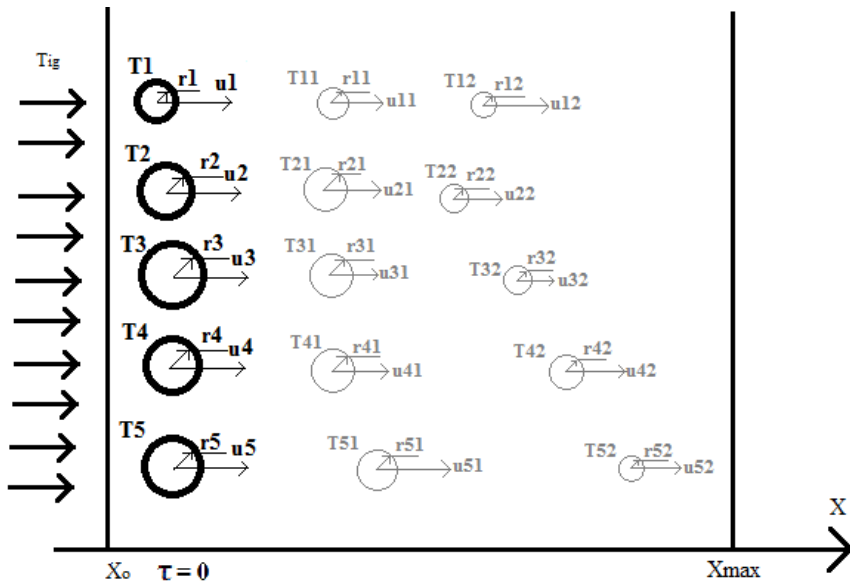


Рис. 1. Общая схема рассматриваемого процесса

В начальный момент времени частицы обладают заданными температурой T_k , радиусом r_k и скоростью u_k . При нагреве горячим газом параметры частиц меняются согласно рассматриваемым уравнениям.

Для повышения точности расчета температура, радиус частицы и координата пространства преобразованы в безразмерную форму следующим образом:

$$\theta_T = \frac{T_k - T_k^0}{T_k^{\max} - T_k^0};$$

$$\theta_r = \frac{r_k - r_k^{\min}}{r_k^{\max} - r_k^{\min}};$$

$$\theta_x = \frac{x - x_0}{x_{\max} - x_0},$$

где $T_k^{\max} = 2\ 300$ К; $r_k^{\min} = 0,5$ мкм; $r_k^{\max} = 6$ мкм; $x_0 = 49$; $x_{\max} = 51$.

Разностная схема численного метода. Составим разностные схемы для каждой фазы. В газовой фазе известны тепловой эффект химической реакции и относительная массовая концентрация газообразных компонентов, а в дисперсной фазе (из результатов расчета) — источниковые члены, определяющие поток тепла в газовую фазу и массовую скорость образования или исчезновения j -го компонента газа, и скорость движения частиц. В газовой фазе необходимо найти плотность газа, давление, счетную концентрацию частиц, температуру газа и относительную массовую концентрацию частиц. Поэтому в этой фазе для вычисления параметров применим явно-неявную схему, причем плотность и счетную концен-

трацию частиц рассчитаем по явной схеме, а температуру и относительную массовую концентрацию — по неявной:

$$\frac{\rho_{i,j} - \rho_{i,j-1}}{h_\tau} + \frac{u_{i-\frac{1}{2},j} (\rho_{i,j} - \rho_{i-1,j}) + \rho_{i-\frac{1}{2},j} (u_{i,j} - u_{i-1,j})}{h_X} = -\sum_j G_j; \quad (6)$$

$$\rho C \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{h_\tau} + u \rho C \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{h_X} = \frac{\lambda_{i+1,j} T_{i+1,j} - 2\lambda_{i,j} T_{i,j} + \lambda_{i-1,j} T_{i-1,j}}{h_X^2} + Q; \quad (7)$$

$$\rho \frac{m_{i,j}^k - m_{i,j-1}^k}{h_\tau} + \rho u \frac{m_{i,j}^k - m_{i-1,j}^k}{h_X} = \rho \frac{D_{i+1,j} m_{i+1,j}^k - 2D_{i,j} m_{i,j}^k + D_{i-1,j} m_{i-1,j}^k}{h_X^2} + G_i; \quad (8)$$

$$\frac{n_{i,j} - n_{i,j-1}}{h_\tau} + \frac{n_{i-\frac{1}{2},j} (u_{i,j} - u_{i-1,j}) + u_{i-\frac{1}{2},j} (n_{i,j} - n_{i-1,j})}{h_X} = 0; \quad (9)$$

$$i = 0; N_X; \quad j = 0; N_\tau$$

где h_X и h_τ — шаг по координате и времени; N_X и N_τ — количество узлов по

$$u_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{2}.$$

Учитывая физические особенности моделируемых процессов в дисперсной фазе, для расчета параметров используем явную схему:

$$\begin{aligned} & \frac{n_{i,j}^k - n_{i,j-1}^k}{h_\tau} - \sum_{T_k} \sum_{r_k} D_k^* \frac{R (n^k P)_{i,j} - (n^k P)_{i,j-1}}{3 h_X} - \frac{1}{R^2} \frac{(R^2 u_k n_k P)_{i,j} - (R^2 u_k n_k P)_{i,j-1}}{h_X} = 0; \\ & \frac{(n^k P)_{i,j} - (n^k P)_{i-1,j}}{h_\tau} + D_k^* \frac{R (n^k P)_{i,j} - (n^k P)_{i,j-1}}{3 h_X} + \\ & + \frac{1}{R^2} \frac{(R^2 u_k n_k P)_{i,j} - (R^2 u_k n_k P)_{i,j-1}}{h_X} + \frac{\omega_k n^k P - \omega_k^0 n^{k0} P^0}{h_{T_k}} + \frac{f_k n^k P - f_k^0 n^{k0} P^0}{h_{r_k}} = 0; \\ & Q = \Delta H \sum_{T_k} \sum_{r_k}^{T_k + dT_k, r_k + dr_k} 4\pi r_k^2 \rho_k n_k f_k P - \sum_{T_k} \sum_{r_k}^{T_k + dT_k, r_k + dr_k} \frac{4}{3} \pi r_k^3 C_k \rho_k \omega_k n_k P dT_k dr_k du_k; \\ & G = K_{m0} \sum_{T_k} \sum_{r_k}^{T_k + dT_k, r_k + dr_k} 4\pi r_k^2 \rho_k n_k f_k P. \end{aligned}$$

где h_{T_k} и h_{r_k} — шаг по температуре частицы и радиусу частицы.

На рис. 2 приведены графические отображения используемых конфигураций узлов.

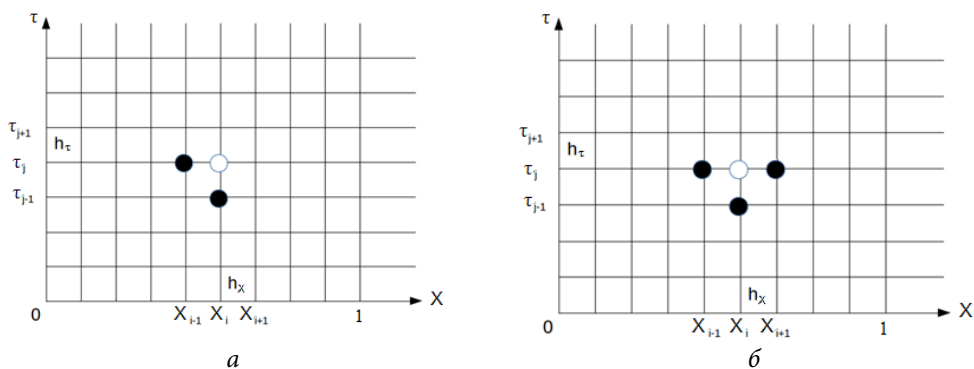


Рис. 2. Конфигурации явной (а) и неявной (б) узловых схем

В рассматриваемой задаче три параметра заданы в зависимости от температуры газа:

– коэффициент молекулярной теплопроводности газа

$$\lambda = 26,2 \cdot 10^{-3} + (T - 300) \cdot 7,6 \cdot 10^{-5}, \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

– коэффициент молекулярной диффузии газа

$$D = 0,178 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot \left(\frac{T}{273} \right), \text{ м}^2/\text{с};$$

– теплоемкость газа

$$C = 1 \cdot 10^3 + 0,87 \cdot (T - 300), \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Скорости изменения радиуса и температуры частицы представлены в следующем виде [3]:

$$f_k = \frac{dr_k}{d\tau} = \frac{a \cdot 2^n}{n_{ok} P^{0,1} (T^0)^{0,2}} n r^{(n-1)}, \text{ м}/\text{с};$$

$$\omega_k = \frac{dT_k}{dt} = \frac{Q}{4\pi r_k^2 \left[\frac{(r_k C_2 \rho_2)}{3} + \delta_1 C_1 \rho_1 \right]}, \text{ К}/\text{с}.$$

где n_{ok} — концентрация эффективности окислителя, индекс «1» обозначает параметры, относящиеся к продукту химической реакции (окисление), а индекс «2» — к исходным компонентам.

Проверим устойчивость предлагаемой явно-неявной разностной схемы, используя принцип максимума [4].

- Для уравнения (6)

$$\sum_s a_s \rho_s = \sum_p b_p \rho_p + \varphi,$$

где $a_s \rho_s$ и $b_p \rho_p$ — слагаемые, в которых значения плотности берутся на текущем и других расчетных слоях; φ — слагаемое, не зависящее явно от плотности. Получим

Максимальный по модулю коэффициент — a_0 .

- Для уравнения (7)

$$\sum_s a_s T_s = \sum_p b_p T_p + \varphi,$$

где $a_s T_s$ и $b_p T_p$ — слагаемые, в которых значения температуры берутся на текущем и других расчетных слоях; φ — слагаемое, не зависящее явно от температуры. Получим

$$a_0 = \left(\frac{\rho C}{h_\tau} + \frac{u \rho C}{h_X} + \frac{2\lambda_{i,j}}{h_X^2} \right); a_1 = \frac{-\lambda_{i+1,j}}{h_X^2}; b_0 = \frac{\rho C}{h_\tau}, \varphi = Q.$$

Максимальный по модулю коэффициент — a_0 .

- Для уравнения (8)

$$\sum_s a_s m_s^k = \sum_p b_p m_p^k + \varphi,$$

где $a_s m_s^k$ и $b_p m_p^k$ — слагаемые, в которых значения относительной массовой концентрации берутся на текущем и других расчетных слоях; φ — слагаемое, не зависящее явно от относительной массовой концентрации. Получим

Максимальный по модулю коэффициент — a_0 .

- Для уравнения (9)

$$\sum_s a_s m_s^k = \sum_p b_p m_p^k + \varphi,$$

где $a_s u_s$ и $b_p u_p$ — слагаемые, в которых значения скорости берутся на текущем и других расчетных слоях; φ — слагаемое, не зависящее явно от скорости. Получим

$$b_0 = \frac{1}{h_\tau}, \varphi = 0.$$

Максимальный по модулю коэффициент — a_0 .

Таким образом, по принципу максимума предлагаемая явно-неявная разностная схема устойчива.

Результаты расчета. На рис. 3 приведено распределение суммарного тепловыделения по пространственной координате x при коэффициенте избытка окислителя $\alpha = 0,5$ и $1,0$. При увеличении коэффициента α уменьшается макси-

мальное значение объемного тепловыделения Q , а также градиент всех параметров во фронте пламени.

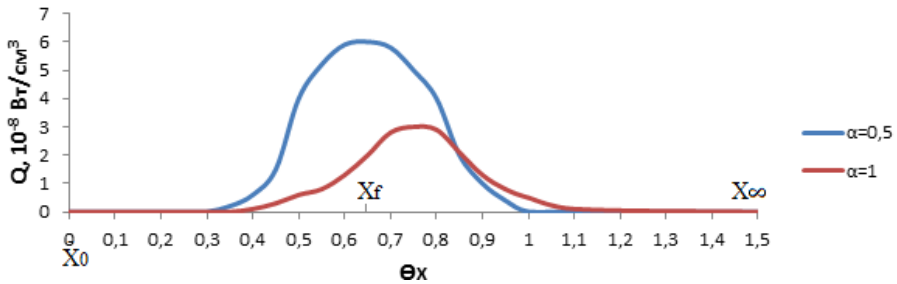


Рис. 3. Распределение суммарного тепловыделения по пространственной координате x при коэффициенте избытка окислителя $\alpha = 0,5$

На рис. 4 показан вид двумерной функции ПРВ во фронте пламени. Данный график характеризуется наличием двух локальных максимумов, соответствующих состоянию частиц, близкому к начальному, и горению в парофазном режиме, причем количество последних составляет $\sim 18\%$. Наиболее вероятно нахождение частицы во фронте пламени с параметрами $\theta_T \in [0,95; 1]$ и $\theta_r \in [0; 0,05]$.

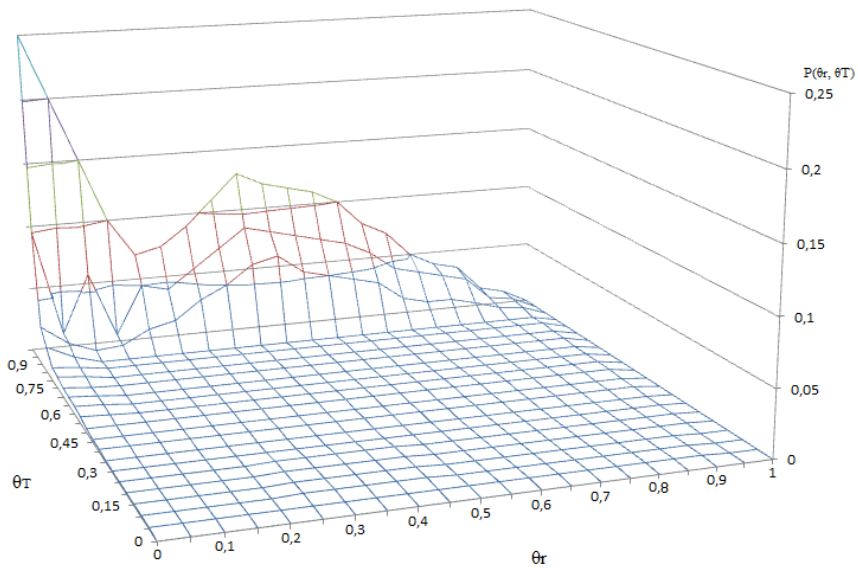


Рис. 4. Функция ПРВ во фронте пламени в проекции на оси θ_T и θ_r при коэффициенте избытка окислителя $\alpha = 0,5$

На рис. 5 отображены зависимости скорости распространения фронта пламени от коэффициента избытка окислителя, соответствующие данным, полученным при расчете (синяя кривая) и представленным в работе [1] (красная кривая). Из рис. 5 следует, что при уменьшении α увеличивается w_f , что объясняется снижением температуры воспламенения аэровзвеси и возрастанием счетной концентрации частиц.

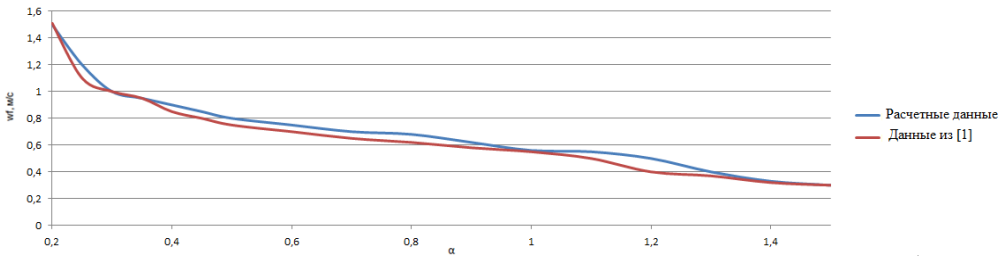


Рис. 5. Зависимость скорости распространения фронта пламени от коэффициента избытка окислителя α

На рис. 6 приведены графики, характеризующие структуру ламинарного пламени, из которых видно, что по мере продвижения в глубь пламени температура частиц θ_T и степень их выгорания q_k повышаются, а радиус частиц θ_r уменьшается. Наибольшее изменение градиента всех трех функций наблюдается во фронте пламени.

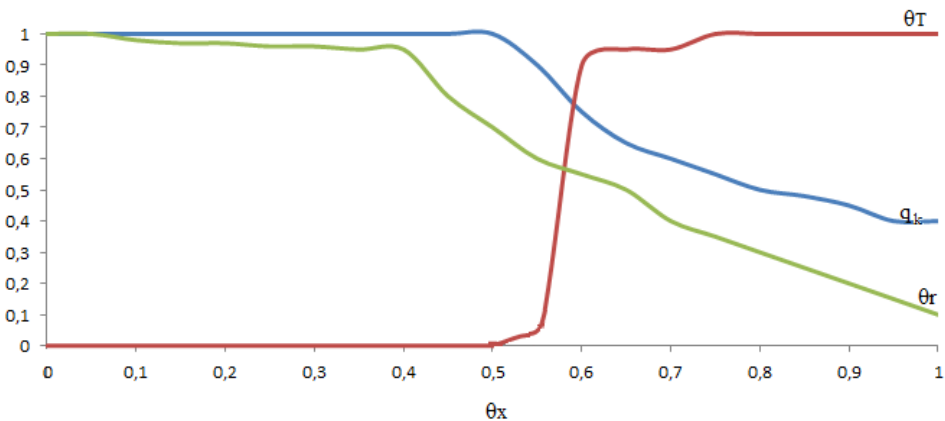


Рис. 6. Зависимость температуры θ_T , степени выгорания q_k и радиуса θ_r частиц от пространственной координаты

При известной функции плотности вероятности $P(x, r_k, T_k)$ можно проследить изменение фракционного состава частиц (рис. 7). Графики при x_0 отображают распределение частиц в точке $\theta_x = 0$, а при x_f и x_∞ — распределение частиц соответственно во фронте пламени и на правой границе пламени. Приведенные данные свидетельствуют о том, что по мере продвижения в глубь ламинарного пламени происходит преимущественное выгорание частиц мелкой и средней фракции, а количество сгоревших частиц во фронте составляет примерно 20%. В сечении x_∞ преобладают частицы мелкой фракции с температурой, близкой к температуре горения.

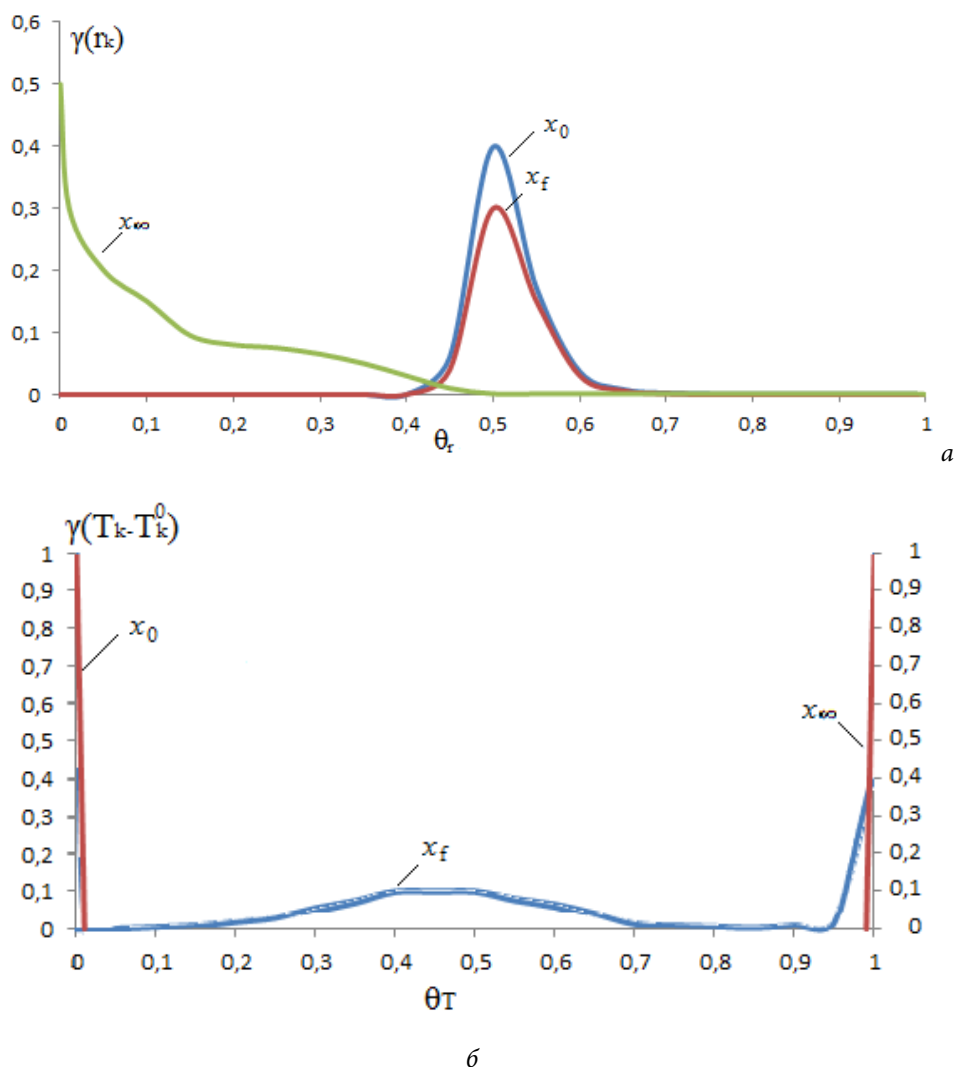


Рис. 7. Графики функций ПРВ количества частиц:

$$б - \gamma(T_k - T_k^0)$$

При сравнении полученных данных с результатами расчета w_f , приведенными в работе [1], максимальное расхождение значений составило 8,3 %.

Выводы. Проанализированы процессы воспламенения и горения ПМГ. Создана математическая модель, описывающая рассматриваемые процессы для частиц алюминия.

Предложен и проверен на устойчивость численный метод решения системы дифференциальных уравнений, представленных в математической модели. Численный метод реализован в виде программного модуля. Выполнено сравнение полученных результатов с данными работы [1].

Литература

- [1] Ягодников Д.А. *Воспламенение и горение порошкообразных металлов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009, 432 с.
- [2] Ягодников Д.А. Статическая модель горения бороздушной смеси в турбулентном потоке. *Физика горения и взрыва*, 1996, т. 32, № 6, с. 29–46.
- [3] Похил П.Ф., Беляев А.Ф., Фролов Ю.В. *Горение порошкообразных металлов в активных средах*. Москва, Наука, 1972, 274 с.
- [4] Самарский А.А., Попов Ю.В. *Разностные схемы газовой динамики*. Москва, Наука, 1975, 352 с.

Щегинин Григорий Александрович — студент кафедры «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научные руководители — Т.Н. Романова, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»; Д.А. Ягодников, д-р техн. наук, заведующий кафедрой «Ракетные двигатели», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

NUMERICAL SIMULATION OF ALUMINIUM PARTICLE AEROSOL COMBUSTION EMPLOYING A PROBABILITY DENSITY FUNCTION

G.A. Shchetinin

gashetinin@yandex.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

We analysed existing approaches to simulating ignition and combustion processes in powdered metal fuels. The study considers a mathematical model of an aluminium particle aerosol and suggests a new finite difference scheme for solving a system of differential systems numerically. We show good convergence between the computation results we obtained and the data presented in the publication [1].

Keywords

Ignition, combustion, powdered metal fuels, probability density function

© Bauman Moscow State Technical University, 2017

References

- [1] Yagodnikov D.A. Vosplamenenie i gorenie poroshkoobraznykh metallov [Inflammation and combustion of powder materials]. Moscow, Bauman Press, 2009, 432 p.
- [2] Yagodnikov D.A. Statistical model of flame-front propagation in a boron-air mixture. *Fizika goreniya i vzryva*, 1996, vol. 32, no. 6, pp. 29–46. (Eng. version: *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 1996, vol. 32, no. 6, pp. 623–636).
- [3] Pokhil P.F., Belyaev A.F., Frolov Yu.V. Gorenje poroshkoobraznykh metallov v aktivnykh sredakh [Combustion of powder materials in active medium]. Moscow, Nauka publ., 1972, 274 p.
- [4] Samarskiy A.A., Popov Yu.V. Raznostnye skhemy gazovoy dinamiki [Combustion of powder materials of gas dynamics]. Moscow, Nauka publ., 1975, 352 p.

Shchetinin G.A. — student, Department of Computer Software and Information Technology, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisors — T.N. Romanova, Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Computer Software and Information Technology; D.A. Yagodnikov, Dr. Sc. (Eng.), Head of Department of Rocket Engines, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.