

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛА РОТАЦИОННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ВАРИОМЕТРА ГАНТЕЛЬНОГО ТИПА

Г.А. Антонова

antonoawa@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

На основе рассмотрения конструкции ротационного гравитационного вариометра гантельного типа получена модель его колебательной системы, позволяющая определить поведение информационного параметра — угла отклонения гантелей — от их равновесного состояния при перемещении прибора в неоднородном гравитационном поле, заданном с помощью тензора вторых производных гравитационного потенциала (тензора Этвёша). Выведены выражения для расчета тензора Этвёша для гравитационного поля, созданного заданным распределением точечных масс. Реализована имитационная модель, позволяющая вычислить сигнал ротационного гравитационного вариометра, движущегося в неоднородном гравитационном поле с учетом ряда конструктивных параметров и погрешностей, таких как добротность колебательной системы, несовпадение резонансных частот гантелей и т. п.

Ключевые слова

Аномальное гравитационное поле, тензор вторых производных, тензор Этвёша, гравитационный градиентометр, гравитационный вариометр, гравитационный потенциал

Поступила в редакцию 11.07.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Измерение параметров гравитационного поля Земли (ГПЗ) актуально для многих практических применений в современной технике и промышленности, одним из которых является использование для навигации движущихся объектов так называемых аномалий ГПЗ (АГПЗ) — отклонений параметров реального ГПЗ от расчетных, определяемых на основе некоторой стандартной модели Земли. Привлекательность такого способа навигации обусловлена, прежде всего, высокой помехозащищенностью и стабильностью аномального ГПЗ [1]. Однако для реализации подобных навигационных систем необходимо обеспечить возможность измерения параметров реального ГПЗ на борту движущегося объекта, что является весьма трудной задачей.

В теоретических работах по геодезии ГПЗ описывают, как правило, с помощью гравитационного потенциала (ГП) [2], который нельзя измерить непосредственно. Измерению поддается либо первая производная ГП — ускорение свободного падения, либо вторая — так называемый тензор Этвёша [3] (употребляется также термин «гравитационные градиенты» [4]). При этом в силу принципа эквивалентности [5] измерить первую производную ГП на борту движущегося объекта можно лишь при условии почти полного отсутствия возмущающих ускорений. Для многих классов объектов, например, летательных аппаратов,

подобное условие практически нереализуемо. Фактически, навигационную систему с использованием измерения АГПЗ для таких объектов можно реализовать только с применением измерителей вторых производных ГП — гравитационных градиентометров или вариометров (гравивариометров), которые в теории нечувствительны к линейным ускорениям.

В настоящее время существует относительно малое число приборов для измерения вторых производных ГП. Одной из наиболее известных разработок является градиентометр Air-FTG компании Bell Geospace [6, 7]. Этот прибор, достаточно эффективно применяемый, например, в геологии, практически невозможно использовать в навигационных приложениях из-за слишком больших габаритных размеров, массы и цены [8, 9].

Однако в свое время были предложены варианты измерителей АГПЗ [10], которые могли бы быть положены в основу реальной навигационной системы. К ним относится и ротационный гравитационный вариометр (РГВ) гантельного типа [5, 11]. При этом на пути создания навигационной системы возникает множество проблем, для решения которых требуется использование различных методов, в том числе и создание соответствующих имитационных моделей. Данная работа посвящена моделированию наиболее ответственного узла гравивариометра — колебательной системы.

Модель колебательной системы РГВ в неоднородном гравитационном поле. Основными узлами РГВ гантельного типа являются: ротор с размещенной в нем колебательной системой, статор, привод ротора, система съема сигнала с гантелей, блок внешней электроники и спецпроцессор.

Механическая колебательная система гравивариометра представляет собой две крестообразно расположенные гантели, закрепленные на упругом торсионном подвесе (рис. 1).

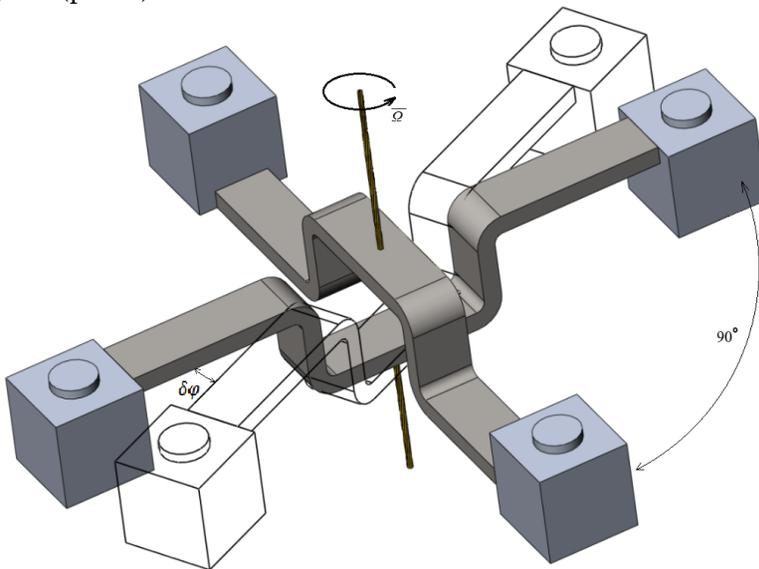


Рис. 1. Механическая колебательная система гравивариометра

Ротор приводится во вращение с высокостабильной частотой Ω , составляющей половину резонансной частоты колебаний гантелей. При наличии неоднородного (по вторым производным потенциала) гравитационного поля на гантели действуют моменты, имеющие характер периодического возмущения с частотой, равной удвоенной частоте вращения ротора. В результате возникают крутильные колебания гантелей на их резонансной частоте с фазами, отличающимися на π , и с амплитудой, пропорциональной величине неоднородности. Отклонение гантели от равновесного состояния при колебаниях задается углом $\delta\varphi$.

Значение возмущающего воздействия определяется компонентой тензора Этвёша W_{xy} и разностью составляющих $W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx}$. Зависимость между углом отклонения гантелей и компонентами тензора можно получить из основного уравнения динамики вращательного движения тела

$$J_z \ddot{\varphi} = \sum M_{\text{внеш}},$$

где J_z — момент инерции тела относительно оси z ; φ — угол поворота тела; $M_{\text{внеш}}$ — момент внешних сил.

Для вариометра это уравнение примет вид

$$J_z \delta \ddot{\varphi} = -r \delta \dot{\varphi} - C \delta \varphi + \int l W_{\eta} dm,$$

где r — коэффициент вязкого трения; C — крутильная жесткость; l — длина плеча гантели; W_{η} — разность горизонтальных составляющих силы тяжести, перпендикулярных гантели.

После преобразований с учетом конструкции вариометра последнее слагаемое [11, 12]

$$\int l W_{\eta} dm = \left(\frac{1}{2} W_{\Delta} \cos 2\Omega t - W_{xy} \sin 2\Omega t \right) \int (\xi^2 - \eta^2) dm,$$

где ξ — ось, направленная вдоль гантели; η — ось в горизонтальной плоскости, перпендикулярной гантели; W_{Δ} и W_{xy} — градиенты измеряемого гравитационного поля.

Множитель $\int (\xi^2 - \eta^2) dm$ можно заменить разностью моментов инерции относительно осей x и y . С учетом того, что в состав вариометра входят две гантели, математическая модель его колебательной системы будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} J_{z1} \delta \ddot{\varphi}_1 + r_1 \delta \dot{\varphi}_1 + C_1 \delta \varphi_1 &= \frac{1}{2} (J_{y1} - J_{x1}) \times \\ &\times (W_{\Delta} \cos 2\Omega t - 2W_{xy} \sin 2\Omega t + \delta a_{k1} \sin 2\Omega t + 2\delta a_{E1} \cos 2\Omega t) + \delta f_1(M); \\ J_{z2} \delta \ddot{\varphi}_2 + r_2 \delta \dot{\varphi}_2 + C_2 \delta \varphi_2 &= \frac{1}{2} (J_{y2} - J_{x2}) \times \\ &\times (-W_{\Delta} \cos 2\Omega t + 2W_{xy} \sin 2\Omega t + \delta a_{k2} \sin 2\Omega t + 2\delta a_{E2} \cos 2\Omega t) + \delta f_2(M), \end{aligned} \quad (1)$$

где δa_{k1} , δa_{k2} , δa_{E1} , δa_{E2} , $\delta f_1(M)$, $\delta f_2(M)$ — инерционные и методические помехи, вызванные неравномерностью скорости вращения привода, биений в

подшипниках и т. д., когерентные по частоте и фазе с полезными сигналами $\delta\varphi_1$, $\delta\varphi_2$, которые следуют на удвоенной частоте вращения привода прибора»; нижние индексы «1» и «2» относятся соответственно к первой и второй гантели.

Выражения (1) позволяют промоделировать работу колебательной системы гравивариометра при наличии модели аномального гравитационного поля.

Моделирование аномального гравитационного поля. Для моделирования аномального гравитационного поля, воздействующего на колебательную систему, воспользуемся простой моделью в виде набора возмущающих точечных масс, распределенных в ограниченной области пространства, в рамках которого значение вектора ускорения свободного падения \mathbf{g} (без учета аномалий) можно считать постоянным.

Изменение вектора \mathbf{g} , вызванное воздействием i -й точечной массы, выражается формулой

$$\delta\mathbf{g}_i = -G \frac{M_i}{|\mathbf{r}_i|^2} \frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|}, \quad (2)$$

где G — гравитационная постоянная, $G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$; M_i — возмущающая масса; \mathbf{r}_i — радиус-вектор, задающий положение объекта относительно точечной массы.

Для получения тензора Этвёша, соответствующего одной точечной массе, следует продифференцировать выражение (2):

$$W_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial \delta g_{xi}}{\partial x} & \frac{\partial \delta g_{yi}}{\partial x} & \frac{\partial \delta g_{zi}}{\partial x} \\ \frac{\partial \delta g_{xi}}{\partial y} & \frac{\partial \delta g_{yi}}{\partial y} & \frac{\partial \delta g_{zi}}{\partial y} \\ \frac{\partial \delta g_{xi}}{\partial z} & \frac{\partial \delta g_{yi}}{\partial z} & \frac{\partial \delta g_{zi}}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{xxi} & W_{yxi} & W_{zxi} \\ W_{xyi} & W_{yyi} & W_{zyi} \\ W_{xzi} & W_{yzi} & W_{zzi} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

В результате

$$W_i = \begin{pmatrix} \frac{GM_i}{(|\mathbf{r}_i|^3)} - \frac{3GM_i x_i^2}{(|\mathbf{r}_i|^5)} & \frac{3GM_i x_i y_i}{(|\mathbf{r}_i|^5)} & \frac{3GM_i x_i z_i}{(|\mathbf{r}_i|^5)} \\ \frac{3GM_i x_i y_i}{(|\mathbf{r}_i|^5)} & \frac{GM_i}{(|\mathbf{r}_i|^3)} - \frac{3GM_i y_i^2}{(|\mathbf{r}_i|^5)} & \frac{3GM_i z_i y_i}{(|\mathbf{r}_i|^5)} \\ \frac{3GM_i x_i z_i}{(|\mathbf{r}_i|^5)} & \frac{3GM_i z_i y_i}{(|\mathbf{r}_i|^5)} & \frac{GM_i}{(|\mathbf{r}_i|^3)} - \frac{3GM_i z_i^2}{(|\mathbf{r}_i|^5)} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Чтобы найти значение тензора Этвёша для нескольких возмущающих масс, необходимо просуммировать соответствующие им тензоры $\left(W = \sum_{i=1}^n W_i \right)$.

Предположим, что имеется квадратное поле размером 40×40 м, на котором находятся две однородные точечные массы, разные по значению и расположенные в соседних угловых точках поля. При моделировании входного сигнала будем рассматривать поверхность малой площади по сравнению с площадью всей Земли. В соответствии с этим можно пренебречь формой Земли, считая поле плоским. На рис. 2 приведены пять независимых компонент тензора Этвёша и градиент W_{Δ} .

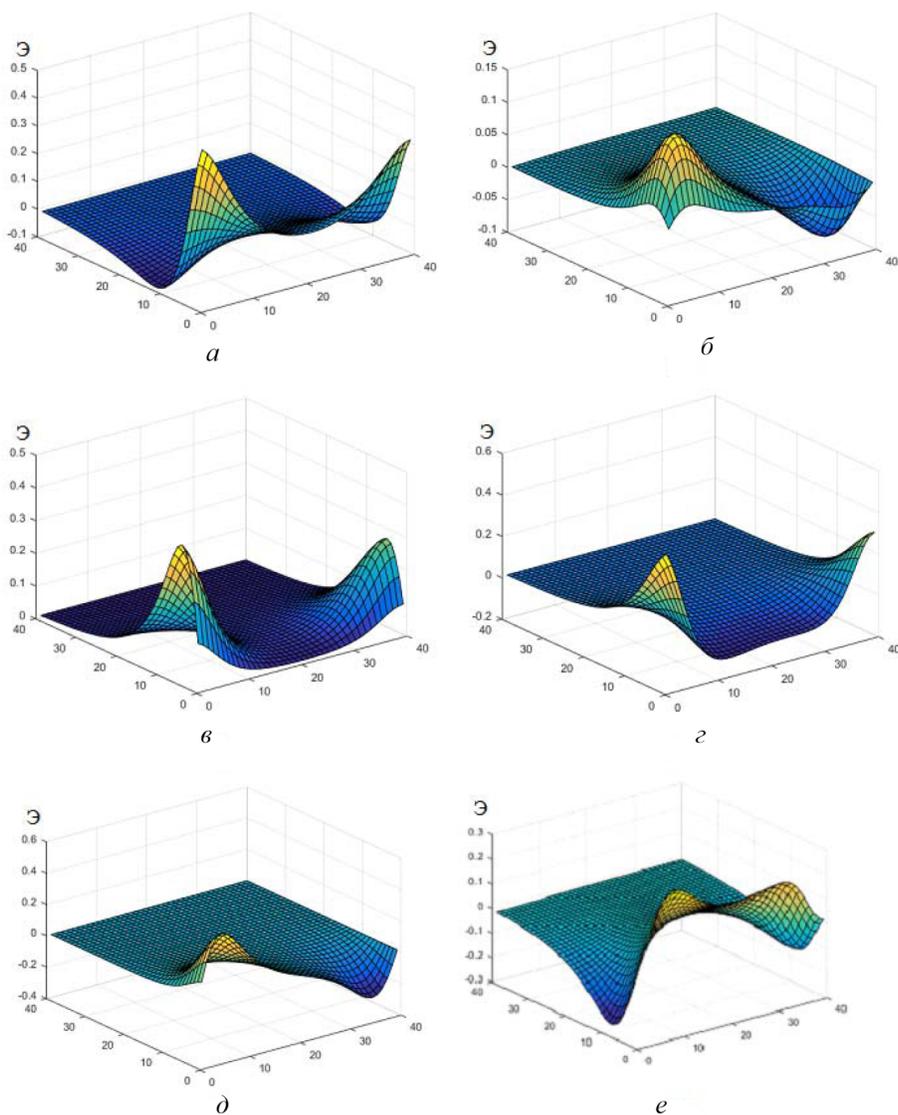


Рис. 2. Независимые компоненты тензора Этвёша W_{xx} (*a*), W_{xy} (*б*), W_{xz} (*в*), W_{yy} (*г*), W_{yz} (*д*) и градиент W_{Δ} (*е*)

На рис. 3 показаны профили сигналов W_{xy} и W_{Δ} , полученные при движении над смоделированным полем точечных масс платформы с РГВ со скоростью 1 м/с из точки, имеющей координаты (1, 0, 1).

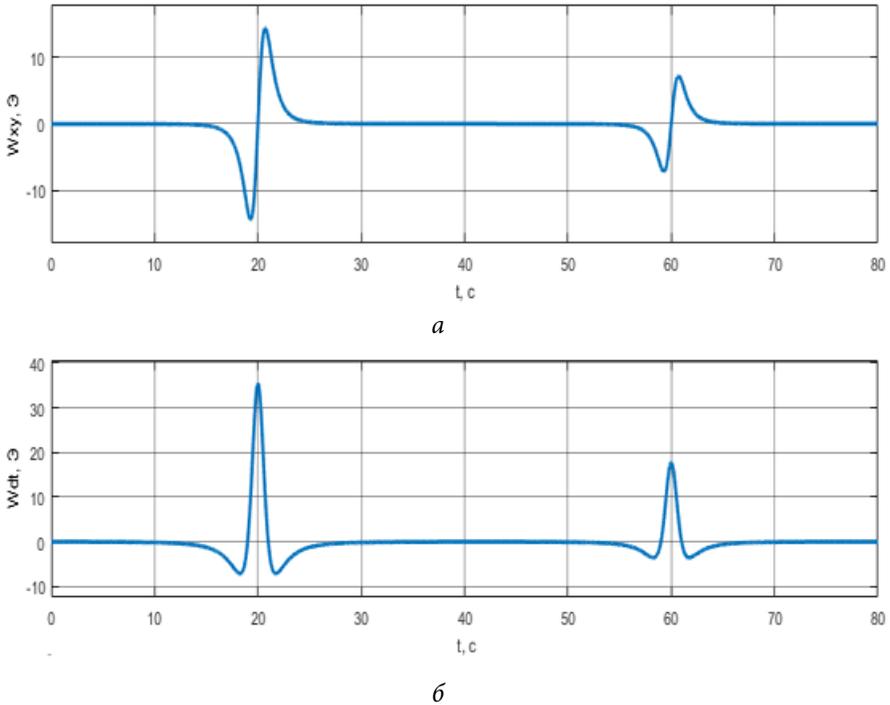


Рис. 3. Профили сигналов W_{xy} (а) и W_{Δ} (б)

Моделирование работы гравивариометра. Имитационная модель работы РГВ, созданная в математическом пакете MATLAB/Simulink состоит из трех основных блоков (рис. 4). Первый моделирует движение, второй формирует поле вторых производных ГП (или входной сигнал РГВ), третий реализует модель самого гравивариометра.

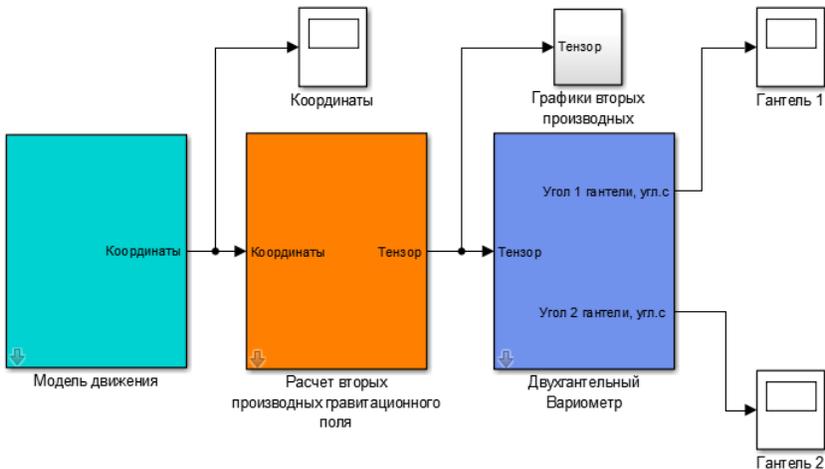


Рис. 4. Структурная схема имитационной модели

Первый блок задает скорость движения и стартовую координату носителя РГВ. В данной работе не ставилась цель учета влияния на показания РГВ неравномерности движения носителя, погрешностей ориентации платформы, на ко-

торой он расположен, вибраций и т. п., поэтому движение моделировалось как поступательное перемещение с постоянной скоростью. Также предполагалось отсутствие инерционных помех и методических ошибок. Выходом узла, моделирующего входной сигнал, является амплитудно-модулированное колебание на удвоенной частоте вращения ротора. Последний блок представляет собой решение дифференциальных уравнений (1). Выходом данной модели является сигнал в виде угла отклонения первой и второй гантели.

На рис. 5 приведены результаты моделирования при условии, что носитель с вариометром движется вдоль источников аномалий со скоростью $v = 1$ м/с, направленной вдоль оси y из координаты $(0, -20, 0)$. Добротность колебательной системы $Q = 100$.

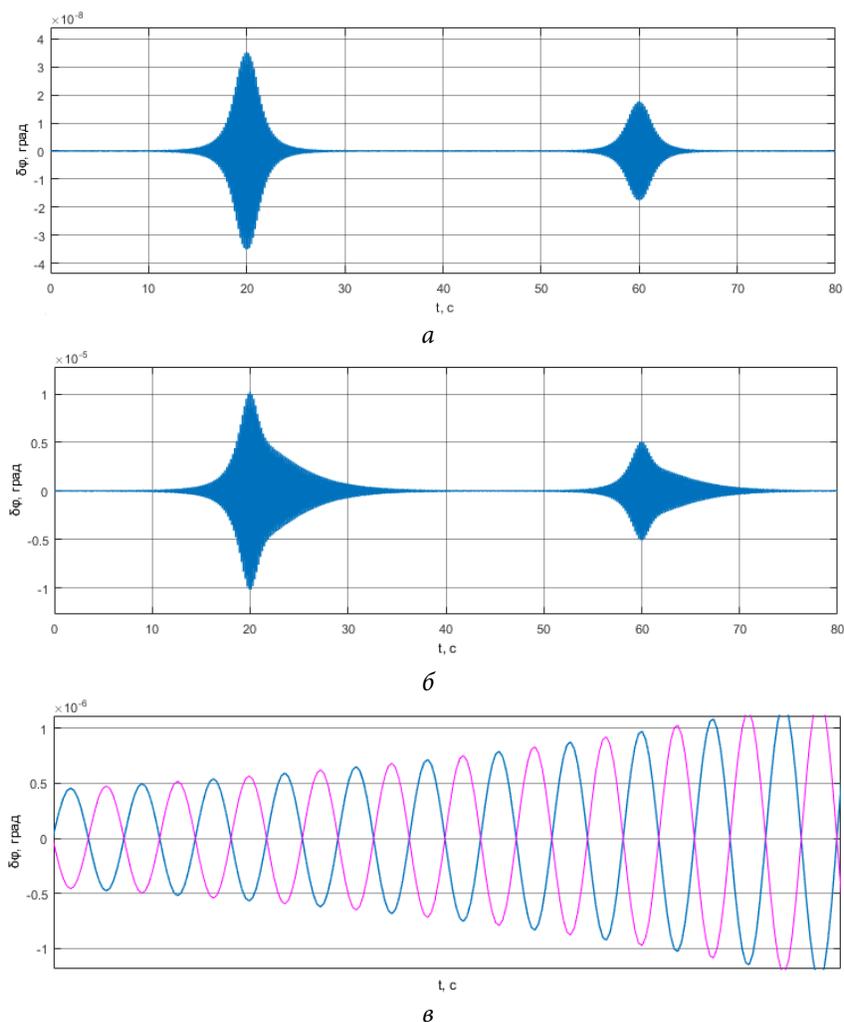


Рис. 5. Результаты моделирования работы РГВ при скорости движения носителя $v = 1$ м/с и добротности колебательной системы $Q = 100$:

a — возмущающие гравитационные моменты; *б* — сигнал, полученный с первой гантели; *в* — фрагменты сигналов, полученных с первой и второй гантелей

На рис. 5, *а* приведены возмущающие гравитационные моменты, на рис. 5, *б* — отклик системы на возмущение, на рис. 5, *в* — фрагменты сигналов с первой и второй гантелей, показывающие фазовый сдвиг между ними.

Возрастание амплитуды амплитудно-модулированного колебания происходит на участках, где расположены тяжелые точки. На основе сравнения с осциллограммами, приведенными в статье [9], можно сделать вывод, что результаты моделирования в целом соответствуют действительности. Сигналы, полученные с первой и второй гантелей, отличаются только по фазе, что соответствует работе РГВ при отсутствии помех. Далее приведены осциллограммы сигналов, соответствующие только одной гантели.

На рис. 6 представлены результаты моделирования при различных значениях скорости движения носителя и добротности колебательной системы.

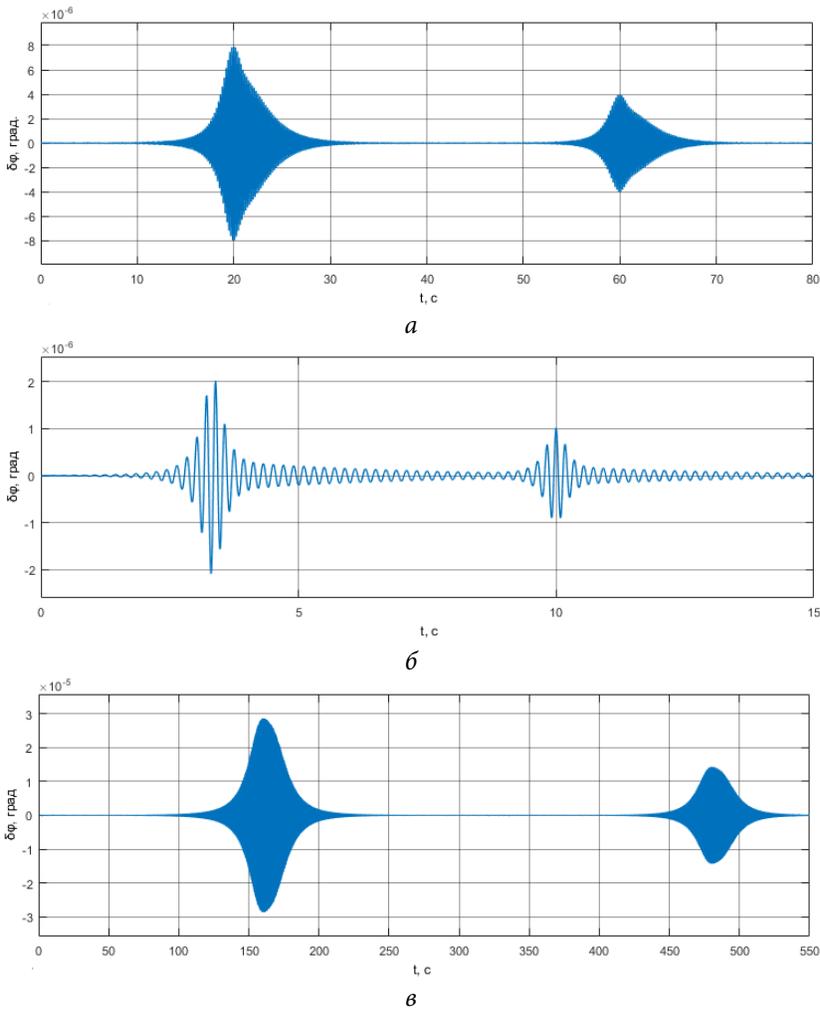


Рис. 6. Сигналы, полученные с первой гантели, при различных значениях скорости движения носителя и добротности колебательной системы:

а — $v = 1$ м/с, $Q = 50$; *б* — $v = 6$ м/с, $Q = 100$; *в* — $v = 0,125$ м/с, $Q = 100$

Анализ результатов первого (см. рис. 5, б) и второго (рис. 6, а) моделирования показал, что колебание сильно искажено по форме относительно входного воздействия (см. рис. 5, а). Соответственно, высокая добротность приводит к снижению скорости измерения прибора. Тем не менее, поскольку значение Q определяется чувствительностью прибора, в будущем необходимо выделить предельную добротность, которая будет обеспечивать необходимую чувствительность при достаточно высокой скорости измерения.

Очевидно, что сигнал, приведенный на рис. 6, б, также существенно отличается от входного воздействия (рис. 5, а).

Из рис. 6, в следует, что при низкой скорости носителя колебания успевают затухнуть практически сразу после прохождения аномалии. Анализ вида колебания свидетельствует о том, что по форме оно практически не искажено и соответствует сигналу, показанному на рис. 5, а.

Выводы. Создана имитационная модель колебательной системы РГВ, позволяющая оценить влияние конструктивных параметров прибора и параметров движения на результаты измерений.

Смоделировано аномальное гравитационное поле, создаваемое набором точечных масс. Исходя из того, что полученные данные соответствуют результатам, приведенным в статье [11], сделано заключение, что в целом работа имитационной модели соответствует реальности.

Выявлено, что результаты измерения существенно зависят от скорости движения носителя и добротности колебательной системы. Это необходимо учитывать при создании алгоритмов обработки сигнала РГВ в рамках навигационной системы.

Литература

- [1] Колесников А.В., Микаэльян С.В. Анализ влияния компонент гравитационного тензора и высоты полета на точность КЭНС по аномальному гравитационному полю земли. *Синергия наук*, 2017, № 10, с. 562–574. URL: <http://synergy-journal.ru/archive/article0427>.
- [2] Сухорукова Н.А. Гравитационное поле и практическое определение значения ускорения свободного падения на поверхности Земли. *Политехнический молодежный журнал*, 2016, № 4. URL: <http://ptsj.ru/articles/30/30.pdf>.
- [3] Джилавдари И.З., Веряскин А. Метод калибровки гравитационного градиентометра на основе вращения двух цилиндров. *Приборы и методы измерений*, 2011, № 1(2), с. 91–97.
- [4] Dransfield M. Airborne gravity gradiometry in the search for mineral deposits. *Proceedings of Exploration: Fifth Decennial International Conference on Mineral Exploration*, 2007, vol. 7, pp. 341–354.
- [5] Джилавдари И.З., Ризноокая Н.Н. Этапы развития и состояние разработок гравитационных градиентометров для подвижных объектов. (Обзор). *Приборы и методы измерений*, 2016, т. 7, № 3, с. 235–246.
- [6] McBarnet A. Gravity gradiometry has graduated! URL: <http://www.oedigital.com/geoscience/item/3201-gravity-gradiometry-has-graduated> (дата обращения 12.02.2017).

-
- [7] Murphy C.A. The Air-FTG airborne gravity gradiometer system. *ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop*. 2004, pp. 7–14.
- [8] Rodgers M. *An investigation into the feasibility of using a modern gravity gradient instrument for passive aircraft navigation and terrain avoidance*. Air Force Institute of Technology, Ohio, 2009, 165 p.
- [9] Streland A. *Going deep: a system concept for detecting deeply buried facilities from space*. Air War College, 2003, 64 p.
- [10] Сорока А.И., Бровар В.В. *О разработках бортовых измерителей вторых производных гравитационного потенциала. Гравиметрия и геодезия*. Москва, Научный мир, 2010, с. 240–246.
- [11] Августов Л.И., Сорока А.И. Бортовой гравивариометр. Опыт разработки и результаты стендовых испытаний. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2009, № 3, с. 51–56.
- [12] Маловичко А.К., Костицын В.И. *Гравиразведка*. Москва, Недра, 1992, 357 с.

Антонова Галина Александровна — студентка кафедры «Автономные информационные управляющие системы», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Научный руководитель — С.В. Микаэльян, научный сотрудник кафедры «Автономные информационные управляющие системы», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

SIMULATING THE SIGNAL OF A TORSION BALANCE GRAVIMETER

G.A. Antonova

antonoawa@yandex.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

Studying the structure of a torsion balance gravimeter helped us to construct a model of its oscillator system that makes it possible to predict the behaviour of an informative parameter, the deflection angle of its barbell-shaped rod, deviating from the equilibrium state when the instrument moves in a non-homogeneous gravity field specified by means of a tensor of second-order gravitational potential derivatives (the Eötvös tensor). We derived expressions for computing the Eötvös tensor for a gravity field generated by a preset distribution of point masses. We implemented a simulation that makes it possible to compute the signal emitted by a torsion balance gravimeter moving in a non-homogeneous gravity field, taking into account a number of structural parameters and errors, such as the quality factor of the oscillator system, a discrepancy in the resonant frequencies of the barbells, etc.

Keywords

Anomalous gravity field, tensor of second-order derivatives, Eötvös tensor, gravity gradiometer, gravimeter, gravitational potential

© Bauman Moscow State Technical University, 2017

References

- [1] Kolesnikov A.V., Mikael'yan S.V. The impact analysis component of the gravitational tensor and altitude on the accuracy of kens on anomalous gravitational field of the earth. *Sinergiya nauk*, 2017, no. 10, pp. 562–574. Available at: <http://synergy-journal.ru/archive/article0427>.
- [2] Sukhorukova N.A. Gravitational field and practical determination of gravitational acceleration value on the earth surface. *Politekhnikheskiy molodezhnyy zhurnal*, 2016, no 4. Available at: <http://ptsj.ru/articles/30/30.pdf>.
- [3] Dzhilavdari I.Z., Varyaskin A. Metod kalibrovki gravitatsionnogo gradientometra na osnove vrashcheniya dvukh tsilindrov [Calibration method for gravity gradiometers by means of two rotating cylinders]. *Pribory i metody izmereniy* [Devices and methods of measurements]. 2011, no. 1(2), pp. 91–97.
- [4] Dransfield M. Airborne gravity gradiometry in the search for mineral deposits. *Proceedings of Exploration: Fifth Decennial International Conference on Mineral Exploration*. 2007, vol. 7, pp. 341–354.
- [5] Dzhilavdari I.Z., Riznookaya N.N. Stages of development and state of engineering of gravity gradiometers for moving objects (review). *Pribory i metody izmereniy* [Devices and methods of measurements], 2016, vol. 7, no. 3, pp. 235–246.
- [6] McBarnet A. Gravity gradiometry has graduated! Available at: <http://www.oedigital.com/geoscience/item/3201-gravity-gradiometry-has-graduated> (accessed 12 February 2017).
- [7] Murphy C.A. The Air-FTG airborne gravity gradiometer system. *ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop*. 2004, pp. 7–14.

-
- [8] Rodgers M. *An investigation into the feasibility of using a modern gravity gradient instrument for passive aircraft navigation and terrain avoidance*. Air Force Institute of Technology, Ohio, 2009, 165 p.
- [9] Streland A. *Going deep: a system concept for detecting deeply buried facilities from space*. Air War College, 2003, 64 p.
- [10] Soroka A.I., Brovar V.V. O razrabotkakh bortovykh izmeriteley vtorykh proizvodnykh gravitatsionnogo potentsiala. Gravimetriya i geodeziya [On development of onboard measuring instrument of gravitational potential second derivatives. In: Gradiometry and geodesy]. Moscow, Nauchnyy mir publ., 2010, pp. 240–246.
- [11] Avgustov L.I., Soroka A.I. Airborne gravivariometer. Experience of the development and test results. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, Automation, Control], 2009, no 3, pp. 51–56.
- [12] Malovichko A.K., Kostitsyn V.I. *Gravirazvedka* [Gravity prospecting]. Moscow, Nedra publ., 1992, 357 p.

Antonova G.A. — student, Department of Autonomous Data Processing and Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Scientific advisor — S.V. Mikaelyan, Research Fellow, Department of Autonomous Data Processing and Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.