

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ МЕНЕДЖМЕНТА

П.Н. Юнда¹

polinayunda@rambler.ru

А.А. Гордеев²

aagordeev@hotmail.com

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация²МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация**Аннотация**

Предложена модель, отражающая степень лояльности сотрудников к компании. Для моделирования использована система дифференциальных уравнений. Данный способ можно применять в задачах менеджмента с целью улучшения показателей эффективности предприятия посредством лояльного расположения сотрудников к компании. Система позволяет оценить возможные всплески недовольства и заранее устранить их.

Ключевые слова

Лояльность, динамическая модель, задача менеджмента, дифференциальные уравнения, управление сотрудниками

Поступила в редакцию 15.05.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Менеджмент компании часто сталкивается с социальными проблемами, где работники являются обладателями определенных ресурсов, которые в основном направлены на производство конечного продукта. Исходя из поведения сотрудников на рабочих местах, можно заметить, что на однотипных предприятиях существует разная производительность. Система производства зависит от заинтересованности людей и их отношений, поэтому задача работодателя состоит в том, чтобы создать необходимые условия и иметь возможность регулировать их. Главный недостаток системы заключается в том, что невозможно знать все об особенностях, эмоциональном и физическом состоянии каждого человека, то есть система состоит из активных субъектов, осуществляющих целенаправленную деятельность в соответствии с принимаемыми ими решениями.

При создании модели поведения участников трудового процесса возникает множество факторов, характеризующих количественные изменения измеряемых параметров: социально-психологические, динамическая неустойчивость и многозадачность. Некоторые исследователи предлагают собственные методики измерения «преданности» организации, при этом не разделяют понятия преданности, лояльности и благонадежности [1, 2].

По мнению авторов настоящего исследования, следует различать понятия «благонадежность» и «лояльность». Под благонадежностью понимают следование нормам, правилам, законам организации. Под лояльностью — верность, преданность сотрудника целям и ценностям компании, осуществление деятельности, которая поддерживает и помогает реализовать эти цели. То есть благонадежность сотрудника указывает на степень нормативности его поведения по отношению к компании, а лояльность — на степень принятия сотрудником ценностей компании и терпимости к временным трудностям.

Описание предложенной модели. Для описания процессов изменения лояльности введем две функции: количество лояльных и нелояльных сотрудников. Их изменение во времени описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \alpha(t) - \beta(t)x(t) + \gamma(t)x(t)y(t) - \delta(t)x(t); \\ \dot{y}(t) = \beta(t)x(t) - \gamma(t)x(t)y(t). \end{cases}$$

Здесь $x(t)$ — число лояльных сотрудников; $y(t)$ — число нелояльных сотрудников (их нелояльность проявляется в том, что они некачественно выполняют свою работу); α — коэффициент прироста новых сотрудников; β — коэффициент, отражающий переход из стана лояльных в стан нелояльных (социальная мобильность); γ — коэффициент, описывающий обратный процесс; δ — коэффициент «естественной убыли» (убыль в связи с выходом сотрудников на пенсию, увольнением по собственному желанию или их смертью; в некоторых упрощениях может равняться нулю).

Основные идеи и примеры с другими управляющими параметрами подробно описаны в [3, 4].

Отметим, что $x(t)$ и $y(t)$ непостоянны по очевидным причинам, таким как внутренние систематические взаимодействия между сотрудниками, влияние работодателей и воздействие внешних факторов и проч.

Коэффициентом α управлять легко, поскольку вопрос приема новых сотрудников в компанию всегда на контроле; δ средняя естественная текучесть в компании, которая составляет в идеале не более 3–5 %, она способствует своевременному обновлению коллектива и не требует особых мер со стороны руководства и кадровой службы (в некоторых упрощениях может равняться нулю). Наибольший интерес для исследования представляет β , потому что именно этим параметром руководители могут воздействовать на внутренние процессы системы.

В основе лояльности лежит фактор удовлетворенности сотрудников, отражающий степень соответствия ожиданий от выполнения компанией обещаний, обеспечение необходимым для выполнения работ, условий труда и т. д. [2].

Зависимость $\beta = \beta(t)$ трудно считать постоянной, так как настроение — это самая непостоянная характеристика любого общества. В настоящей работе для простоты расчетов и аналитической оценки допустим, что $\beta = \text{const}$, также $\alpha = \text{const}$, $\delta = \text{const}$ и являются положительными переменными.

В данной работе авторы ограничиваются исследованием простейших вариантов зависимости $\gamma(t)$ в выражении $\gamma x y$, рассматривая всего два варианта: при $\gamma = \text{const}$ и при $\gamma \sim x$, то есть $\gamma = kx$. Исследование этого нелинейного слагаемого представляется очень интересным, возможно, наиболее успешным окажется стохастический подход [5].

Первый вариант моделирования взаимодействия. Рассмотрим первый вариант зависимости $\gamma x y$, когда $\gamma = \text{const}$, $\beta = \text{const}$.

Проанализируем стационарное решение уравнений. Положим, что $\dot{x} = \dot{y} = 0$, тогда из алгебраических уравнений находим, что $x = \alpha / \delta$ и $y = \beta / \gamma$.

Произведя замену переменных $\tilde{x} = x - \alpha / \delta$; $\tilde{y} = y - \beta / \gamma$, исследуем новую систему на устойчивость:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\delta x + \frac{\alpha\gamma}{\delta} y + \gamma xy; \\ \dot{y} = -\frac{\alpha\gamma}{\delta} y - \gamma xy. \end{cases}$$

Избавляемся от нелинейных членов:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\delta x + \frac{\alpha\gamma}{\delta} y; \\ \dot{y} = -\frac{\alpha\gamma}{\delta} y. \end{cases}$$

Решаем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\delta - \lambda & \frac{\alpha\gamma}{\delta} \\ 0 & -\frac{\alpha\gamma}{\delta} - \lambda \end{vmatrix} = (\lambda + \delta) \left(\lambda + \frac{\alpha\gamma}{\delta} \right) = 0.$$

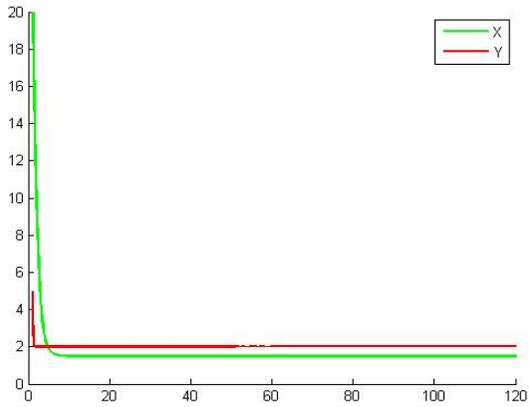
Получаем следующие собственные значения: $\lambda = -\delta$; $\lambda = -\frac{\alpha\gamma}{\delta}$.

Опираясь на условия задачи, делаем вывод, что наши собственные значения вещественные и отрицательные, следовательно, существует асимптотически устойчивая точка покоя (образует устойчивый узел), а система является абсолютно устойчивой.

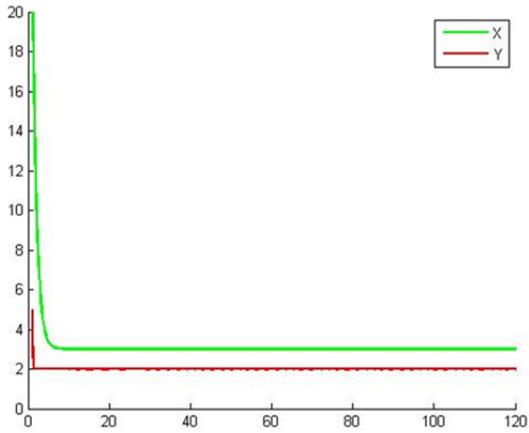
На рис. 1 можно видеть, как со временем изменяется число лояльных и нелояльных сотрудников. График зависимости на рис. 1, а показывает неблагоприятное развитие событий, так как с течением времени число нелояльных сотрудников превышает лояльных, что может отрицательно сказаться на работе фирмы.

По данным, представленным на рис. 1, б, можно заметить, что при благоприятном соотношении коэффициентов число лояльных сотрудников увеличивается.

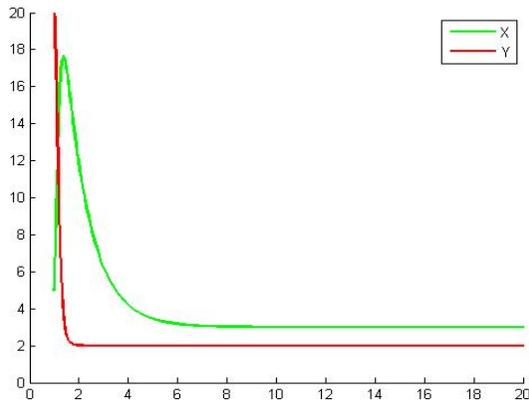
Можно сделать вывод, что решение поставленной задачи практически не зависит от начальных условий (влияют на работу компании в ближайшем будущем), но существенно зависит от соотношения коэффициентов, представленных в стационарном решении.



a



б



в

Рис. 1. Число лояльных и нелояльных сотрудников при начальных условиях:

a — $x(0)=20$; $y(0)=5$; $\alpha = 3$; $\beta = 1$; $\gamma = 0,5$; $\delta = 1$;

б — $x(0)=20$; $y(0)=5$; $\alpha = 1,5$; $\beta = 1$; $\gamma = 0,5$; $\delta = 1$;

в — $\alpha = 1,5$; $\beta = 1$; $\gamma = 0,5$; $\delta = 1$; $x(0)=5$; $y(0)= 20$

Рассмотрим вариант, когда управляющий параметр не является константой, то есть $\gamma = \text{const}$; $\beta(t) \neq \text{const}$. Для того, чтобы модель отражала реальность, предполагаем, что $\beta = \frac{t}{120} - \left\lceil \frac{t}{120} \right\rceil$, то есть любое положительное воздействие (материальные и нематериальные бонусы, корпоративы, заработная плата) на сотрудника длится 120 дней (3 месяца), а снижается постепенно.

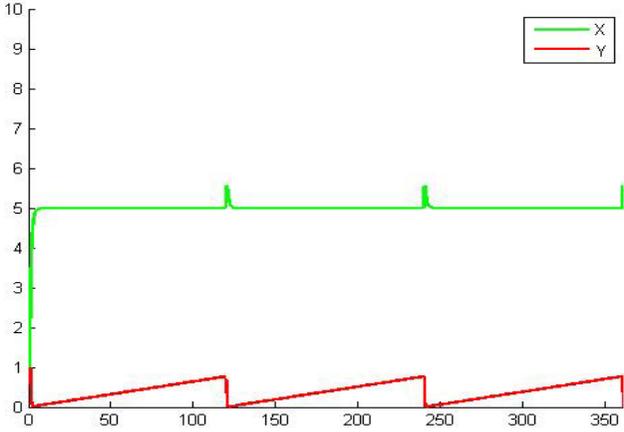


Рис. 2. Число лояльных и нелояльных сотрудников при $\gamma = \text{const}$; $\beta(t) \neq \text{const}$,

$$\beta = \frac{t}{120} - \left\lceil \frac{t}{120} \right\rceil$$

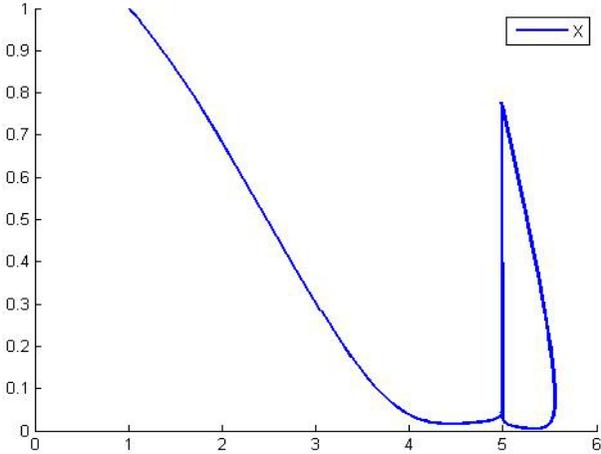


Рис. 3. Фазовый портрет решения для случая

$$\beta = \frac{t}{120} - \left\lceil \frac{t}{120} \right\rceil$$

Очевидно, что $\beta(t)$ кусочно-непрерывная функция (рис. 2). На рис. 3 представлен аттрактор этой функции (фазовый портрет решения), к которому стремится система в результате своей эволюции.

Второй вариант моделирования взаимодействия. Рассмотрим случай, когда $\gamma \sim x$, $\beta = \text{const}$, тогда запишем

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha - \beta x + \kappa x^2 y - \delta x; \\ \dot{y} = \beta x - \kappa x^2 y. \end{cases}$$

Стационарное решение выглядит следующим образом: $x = \alpha / \delta$, $y = \beta \delta / \alpha \kappa$.

Далее запишем линеаризованные уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x} = (\beta - \delta)x + \frac{\alpha^2 \kappa}{\delta^2} y; \\ \dot{y} = -\beta x - \frac{\alpha^2 \kappa}{\delta^2} y. \end{cases}$$

Характеристическое уравнение примет вид:

$$\begin{vmatrix} \beta - \delta - \lambda & \frac{\alpha^2 \kappa}{\delta^2} \\ -\beta & -\frac{\alpha^2 \kappa}{\delta^2} - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \lambda \left(\frac{\alpha^2 \kappa}{\delta^2} - \beta + \delta \right) + \frac{\alpha^2 \kappa}{\delta} = 0.$$

Тогда дискриминант $D = \frac{\alpha^4 \kappa^2}{\delta^4} - 2\alpha^2 \left(\frac{\kappa \beta}{\delta^2} - \frac{\kappa}{\delta} \right) - (2\beta \delta - \beta^2 - \delta^2)$. Заменим переменные для упрощения задачи и запишем $a = \frac{\alpha^2 \kappa}{\delta^2}$; $b = \delta$; $c = \beta \Rightarrow D = a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + ac + bc)$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}; \Delta_1 = -1; \Delta_2 = 0; \Delta_3 = -4.$$

Видно, что это квадратичная форма, которая не является положительно или отрицательно определенной по критерию Сильвестра [6], следовательно, найдется область, где дискриминант функции будет отрицательным, что означает появление колебаний в решениях. Из рис. 4 видно, что при одинаковых начальных условиях (20; 5) решения могут быть разными. Это значит, что со временем число лояльных и нелояльных сотрудников будет зависеть от успешности менеджмента.

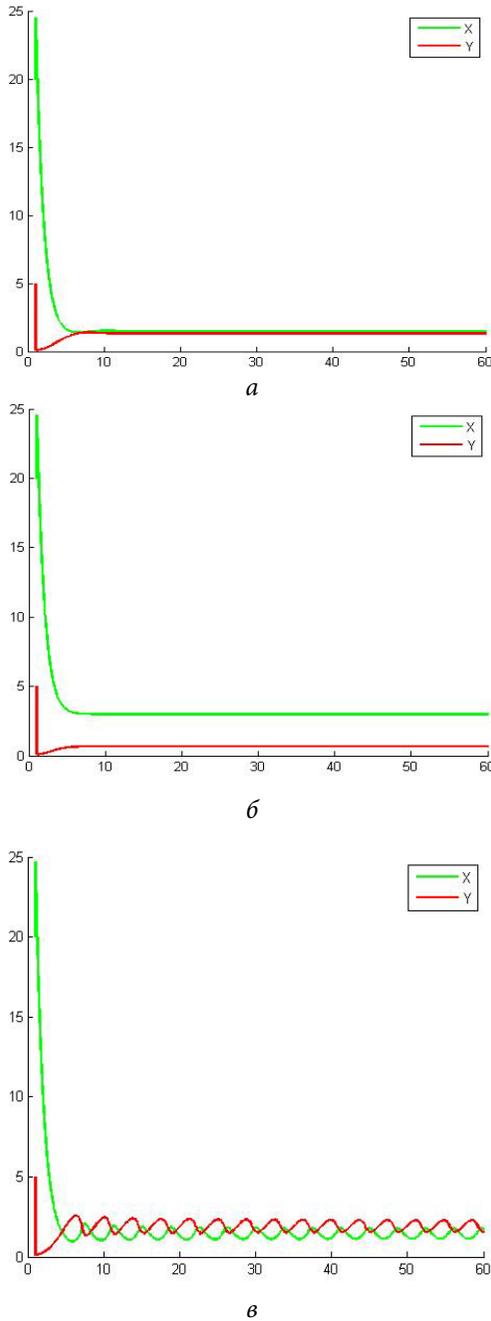


Рис. 4. Число лояльных и нелояльных сотрудников при $\alpha = 3; \beta = 1; \gamma = 0,5; \delta = 1$ (а);
 $\alpha = 1,5; \beta = 1; \gamma = 0,5; \delta = 1$ (б); $\alpha = 1,4; \beta = 4; \gamma = 1,5; \delta = 1$ (в)

На рис. 5 изображены фазовые траектории решения (аттрактор — центр) в разных масштабах.

Рассмотрим случай с управляющим параметром, не являющимся константой, то есть $\gamma \sim x; \beta \neq \text{const}$. Полученные с помощью метода численного моделирования результаты представлены на рис. 6 и 7.

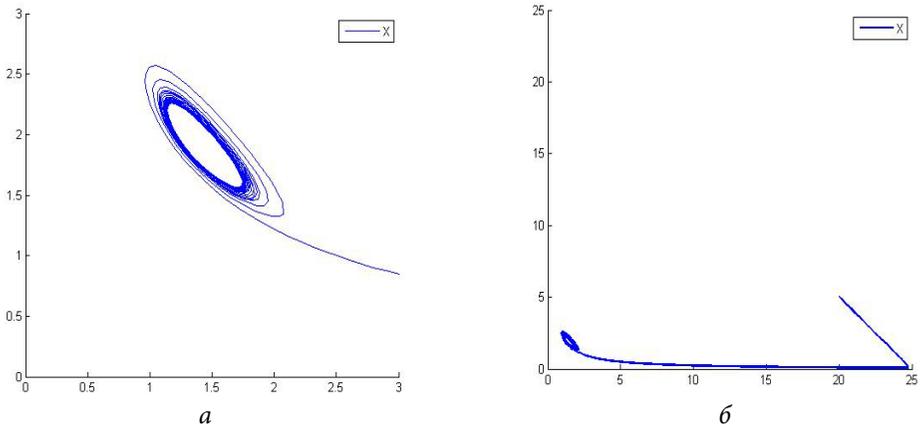


Рис. 5. Фазовая траектория решения при $\alpha = 1,4$; $\beta = 4$; $\gamma = 1,5$; $\delta = 1$ (а) и то же в уменьшенном масштабе (б)

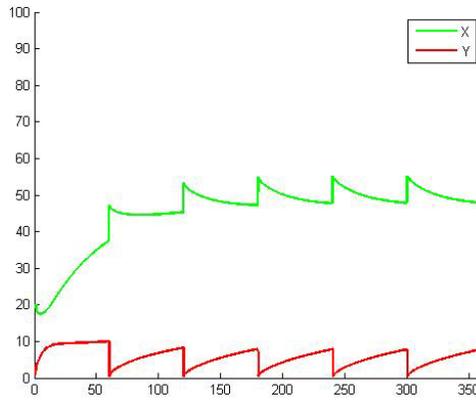


Рис. 6. Результаты моделирования при $\beta = 5\sqrt{\frac{t}{60} - \left\lfloor \frac{t}{60} \right\rfloor}$; $\alpha = 1$; $\gamma = 1,3$; $\delta = 1$

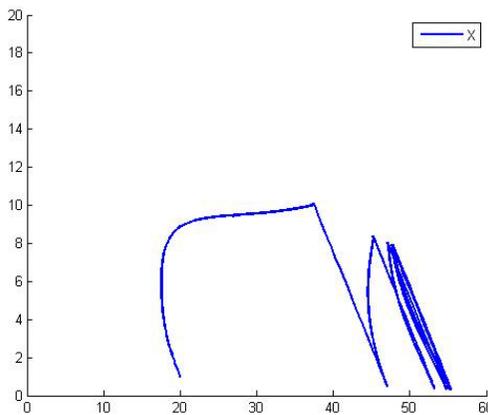


Рис. 7. Фазовая траектория решения при $\beta = 5\sqrt{\frac{t}{60} - \left\lfloor \frac{t}{60} \right\rfloor}$; $\alpha = 1$; $\gamma = 1,3$; $\delta = 1$

Выводы. Использование результатов моделирования позволяет не только понять процессы, происходящие в коллективе, выявить причины изменения настроения сотрудников, но и добиваться выполнения плана, управляя их поведением.

Дополнительное внимание руководства организации к социальным процессам позволит вникнуть в проблемы, выявить логические взаимосвязи, способствующие эффективному управлению. Понятно, что данная модель немного «грубее» реальности, и в некоторых моментах не может отражать настоящего. Модернизируя ее, можно использовать в других разных социальных явлениях, например, в политических процессах, помогая предотвратить очаги конфликтности.

Литература

- [1] Самойленко Д.А. Диагностика преданности организации. Авторская методика. *Наука и знание: конкурентный потенциал общества, науки и бизнеса в условиях глобального мира. Матер. XVIII междунар. научно-практ. конф.*, 2016, с. 164–170.
- [2] Петрова Е.А. Методические подходы к оценке лояльности персонала в условиях кризиса. *Бизнес. Образование. Право*, 2016, № 3(36), с. 102–105.
- [3] Гуц А.К., Фролова Ю.В. *Математические методы в социологии*. Москва, Изд-во ЛКИ, 2007. 216 с.
- [4] Самойлова И.А. Модель управления лояльностью сотрудников – что может сделать руководство компании? *Global science. Development and novelty. Сборник научных трудов по материалам V международной научно-практической конференции*. Ч. 2. Москва, Л-Журнал, 2017, с. 32–34.
- [5] Краснощеков П.С., Петров А.А. *Принципы построения моделей*. Москва, Изд-во МГУ, 1983. 264 с.
- [6] Канатников А.Н., Крищенко А.П. *Линейная алгебра и функции нескольких переменных*. URL: http://www.bmstu.ru/~fn2/_app/fn_2_2011.pdf.

Юнда Полина Николаевна — студентка кафедры «Инновационное предпринимательство», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.

Гордеев Андрей Александрович — студент экономического факультета, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация.

DYNAMIC MODELS IN PROBLEMS OF MANAGEMENT

P.N. Yunda¹

polinayunda@rambler.ru

A.A. Gordeev²

aagordeev@hotmail.com

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation²Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation**Abstract**

The study proposes a model that reflects the degree of employee loyalty to the company. For modeling, we used a system of differential equations. This method can be applied in management tasks to improve the performance of the company by placing employees in the company, measuring their loyalty and analyzing some characteristic factors. The system makes it possible to assess possible outbursts of discontent and eliminate them in advance.

Keywords

Loyalty, dynamic model, management problem, differential equations, employee management

© Bauman Moscow State Technical University, 2017

References

- [1] Samoylenko D.A. Diagnostika predannosti organizatsii. Avtorskaya metodika [Diagnosis organizational commitment. Author's method]. *Nauka i znanie: konkurentnyy potentsial obshchestva, nauki i biznesa v usloviyakh global'nogo mira. Materialy XVIII mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Science and knowledge: competitive opportunities of society, science and business in conditions of global world. Proc. XVIII int. sci.-practice conf.], 2016, pp. 164–170.
- [2] Petrova E.A. Methodological approaches to assessment of loyalty in crisis. *Biznes. Obrazovanie. Pravo* [Business. Education. Law], 2016, no. 3(36), pp. 102–105.
- [3] Guts A.K., Frolova Yu.V. Matematicheskie metody v sotsiologii [Mathematical methods in sociology]. Moscow, Izd-vo LKI publ., 2007. 216 p.
- [4] Samoylova I.A. Model' upravleniya loyal'nost'yu sotrudnikov – chto mozhet sdelat' rukovodstvo kompanii? [Employee loyalty model – what can a company management do?] *Global science. Development and novelty. Sbornik nauchnykh trudov po materialam V mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Ch. 2* [Global science. Development and novelty. Proc. V int. sc.-.-practic conf. P. 2]. Moscow, L-Zhurnal publ., 2017. Pp. 32–34.
- [5] Krasnoshchekov P.S., Petrov A.A. Printsipy postroeniya modeley [Model structural principle]. Moscow, MSU publ., 1983. 264 p.
- [6] Kanatnikov A.N., Krishchenko A.P. Lineynaya algebra i funktsii neskol'kikh peremennykh. URL: http://www.bmstu.ru/~fn2/_app/fn_2_2011.pdf.

Yunda P.N. — student, Department of Innovative Entrepreneurship, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation.

Gordeev A.A. — student, Faculty of Economics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation.